técnica

374
associação dos estudantes do instituto superior técnico
janeiro 1968
revista de engenharia

HELIAÇO

VARÕES DE AÇO DE ALTA RESISTÊNCIA PARA BETÃO ARMADO TIPO A. 40 («Heliaço» e «SNT 40»)

TENSÕES DE SEGURANÇA

Ra = 2400 kg/cm²
e
Ra = 4000 kg/cm² (SISMOS)

Literatura e Tabelas de Cálculo fornecidas gratuitamente

HELIAÇO, LDA.

R. DE S. JULIÃO, 41, 4.º D. — LISBOA

Tel.: 36 78 17 - 32 37 06 - 36 94 77

REGINA REX

CORRENTES

A·S·A

PARA MÁQUINAS E EQUIPAMENTOS AMERICANOS

REPRESENTANTES EXCLUSIVOS:

AUTO-LUSITANIA (ALFREDO DUARTE, LDA.)

Avenida da Liberdade, 73-1.º e 2.º, 77 — LISBOA 2

UNIÃO ELÉCTRICA PORTUGUESA

S. A. R. L.

SEDE

Rua de Alexandre Herculano, 244 — PORTO

TELEFONES: 2 76 76 / 77 / 78 / 79 — Est. 90

DELEGAÇÃO

Rua Rosa Araújo, 35 — LISBOA

TEL.: 73 11 81/82/83/84/85/86 - 73 33 33 - 48 49 1

●

ELECTRICIDADE DO LINDOSO
E DAS CENTRAIS DO FREIXO
E DA CACHOFARRA

●

A UNIÃO ELÉCTRICA PORTUGUESA distribui, pela mais extensa rede de alta tensão em Portugal (cerca de 2 500 km), energia eléctrica em 70 concelhos, nos distritos de VIANA DO CASTELO, BRAGA, PORTO, AVEIRO, COIMBRA, VISEU, LEIRIA, SETÚBAL e ÉVORA.

CIMENTO SECIL

SECIL

Fábrica:

Outão — Setúbal

Telef. 228824/5

Escritório:

R. do Comércio, 56-3.º

LISBOA 2

Telef. 328201/2/3

técnica

NUMERO 374 JANEIRO DE 1968 ANO XLIII VOLUME XXX PUBLICAÇÃO MENSAL

Director
Vítor M. M. Pinto

Administrador
Vítor Coias e Silva

Redactores
Ana Maria Sobral
A. J. Tavares Pires
J. C. Alves da Silva
João M. Pereira

Editor e Proprietário
Associação dos Estudantes do Instituto Superior Técnico

Redacção e Administração
Avenida Rovisco Pais
Telefone 77 54 49
Lisboa 1

Assinaturas

		5 N.os	10 N.os
Continente e Ilhas	—	70$00	130$00
Ultramar, Brasil e Espanha	—	80$00	140$00
Estrangeiro	—	90$00	150$00

Número avulso — 20$00

Não se publica em Agosto e Setembro.

Os artigos assinados são da exclusiva responsabilidade dos seus autores.

Composto e impresso na Tipografia Jorge Fernandes, Lda. — Rua da Cruz dos Poiais 103 — Lisboa

SUMÁRIO

189 *CARLOS PORTELA* — **Análise de alguns efeitos de perturbações de tensão nas máquinas síncronas**
Analysis of the effects of voltage disturbances over synchronous machines

201 *ARTUR RAVARA* — **Aplicação dos computadores ao cálculo dinâmico de estruturas** — Application of computers in the dynamic analysis of structures

213 *ALEXANDRE CERVEIRA* — **Distância mínima nos códigos de Bose-Ghaudhuri-Hocquenghem. Método para a determinação de um limiar**
Minimum distance for Bose-Chaudhuri-Hocquenghem's codes A method for the determination of a threshold

219 *LEOPOLDO CORTEZ* — **Princípios gerais e métodos de investigação na flutuação de minérios**
Ore flotation: general principles and investigation methods

231 *PAUL DUPONT* — **Procédé suprimant l'emploi classique des cintres dans le construction des arcs et voutes de ponts en béton armé ou non armé**
Procedure allowing the suppression of centering in the construction of concrete or reinforced concrete bridge arches and vaults

241 **Do Mundo Técnico**
A adaptação da formação dos engenheiros às exigências do crescimento económico — Nota sobre a reparação de fendas em chapas de grande espessura

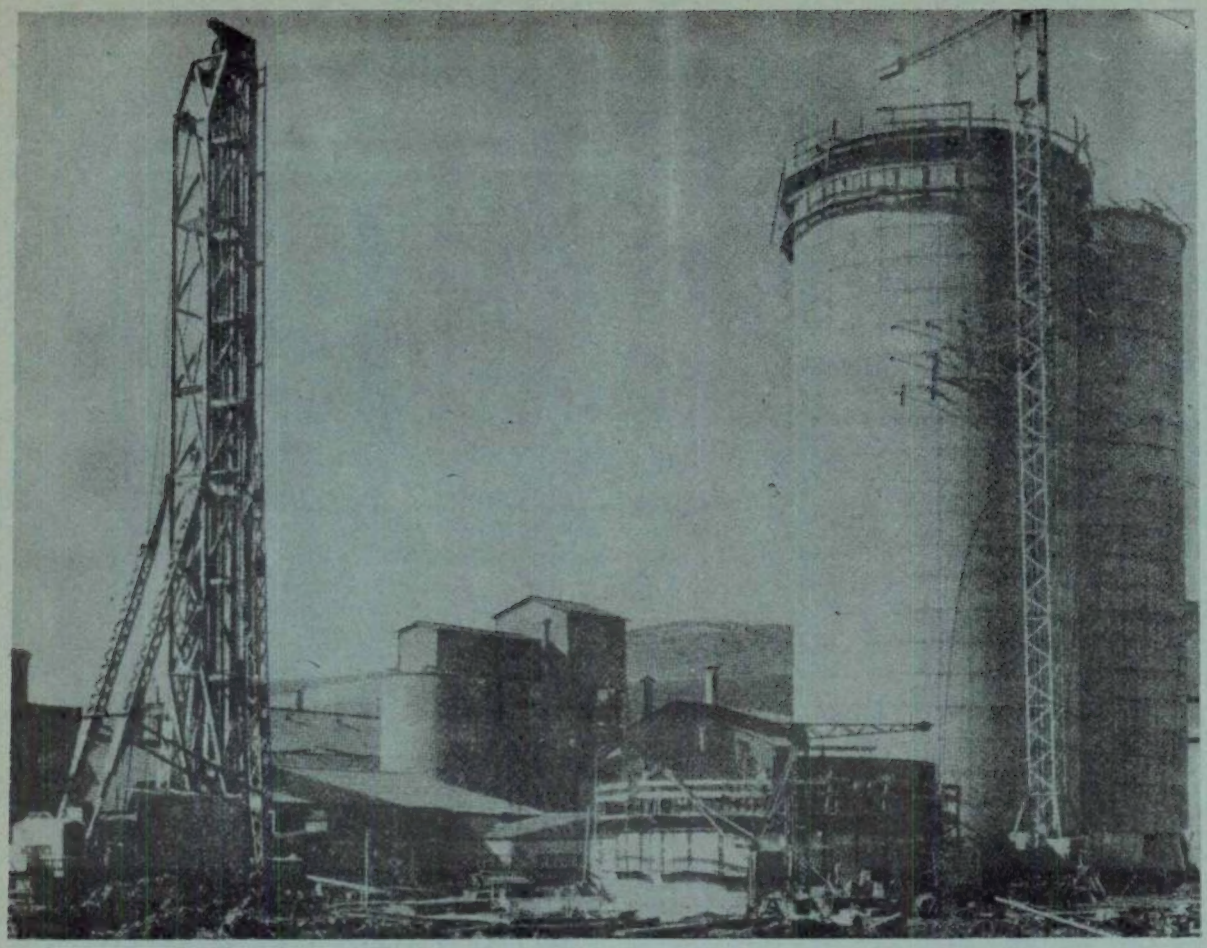
239 **Notas Informativas**
Elementos sobre a produção e o consumo de energia na rede eléctrica nacional

247 **Bibliografia**

CAPA: Torre de carregamento de navios. Débito 750 t/hora. Em funcionamento no terminal de açúcar em Lourenço Marques — Projectada e construida em Alverca por Construções Metalomecânicas MAGUE, S. A. R. L.

ÍNDICE ALFABÉTICO DOS ANUNCIANTES

	Pág.
AEG	XVII
A. Johnson & Co (Portugal), Ltd.	XXII
Aguiar e Melo, Lda.	XXIII
Asea Eléctrica	V, VII, XXV e XXVII
Auto-Lusitânia	2.ª da capa
Cerâmica de Vale de Lobos, Lda.	XVI
Cimento Secil	2.ª da capa
Companhia de Cimentos Brancos	VI
Construções Técnicas	XIII
Dial	XVI
Electrotécnicos Reunidos	X
Electro-Arco, Ltd.ª	II
Empresa de Cimentos de Leiria	XXVI
Empresa Electro Cerâmica	XXV
Empresa de Produtos Asfálticos	VIII
Empresa de Sondagens e Fundações Teixeira Duarte, Lda.	3.ª da capa
Empresa Técnica de Equipamentos Eléctricos	IX
Empresa Ultramarina de Sondagens e Fundações	XIV
Fanafel	XIV
Fundações Franki, Lda.	I
Guedes & Almeida, Lda.	XVIII
Heliaço	2.ª da capa
I. S. T.	XVI
Jayme da Costa, Lda.	XV
Johann Keller	V
J. F. de Azevedo e Silva	IV
J. J. Silva & Irmão	XXVI
MAGUE	XI
Novobra, Lda.	XVI
Romar	XII
Siemens	4.ª da capa
Soc. Industrial Metalúrgica	VII
Sociedade Portuguesa Cavan	VI
Sondagens e Fundações A. Cavaco	II
Sondagens Ródio, Lda.	VII
Sopecate	II
União Eléctrica Portuguesa	2.ª da capa
Wild Portugal, Lda.	III



Companhia Cimento Tejo — Alhandra

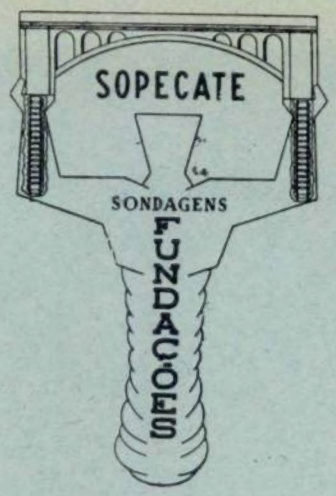
Assente sobre Estacas FRANKI

FUNDAÇÕES FRANKI L.DA

RUA BRAAMCAMP, 13-3.º — LISBOA 1 — TEL. P. P. C. 53 41 12/3/4 — ENDEREÇO TELEGRÁFICO: FRANKI — LISBOA

PRÉDIO SANTOS GIL, 6.º ANDAR — SALA 10 — TEL. 9 11 67 — CAIXA POSTAL 1397

ENDEREÇO TELEGRÁFICO: FRANKI—LOURENÇO MARQUES



SOPECATE

SONDAGENS
FUNDAÇÕES

Escritório — R. DO ARSENAL, 146, 2.º Esq., Dt.º e Fr.te
Estaleiro e Oficina — RUA PEREIRA HENRIQUES, 58

TELEFONES
SERVIÇOS ADMINISTRATIVOS 34010
SERVIÇOS TÉCNICOS 320208
ESTALEIRO E OFICINAS 381238

LISBOA

• ESTUDOS, PESQUISAS E CAPTAÇÕES DE ÁGUA

• SONDAGENS

• REBAIXAMENTO DE NÍVEIS AQUÍFEROS

• FUNDAÇÕES

SONDAGENS E FUNDAÇÕES A. CAVACO, LDA.

R. RODRIGO DA FONSECA, 62, R/C ESQ. — LISBOA-1
- TELEF. 56 11 71/72/73

ELECTRO-ARCO, L.DA

ELÉCTRODOS + POSTOS + ACESSÓRIOS
PARA A SOLDADURA ELÉCTRICA

*

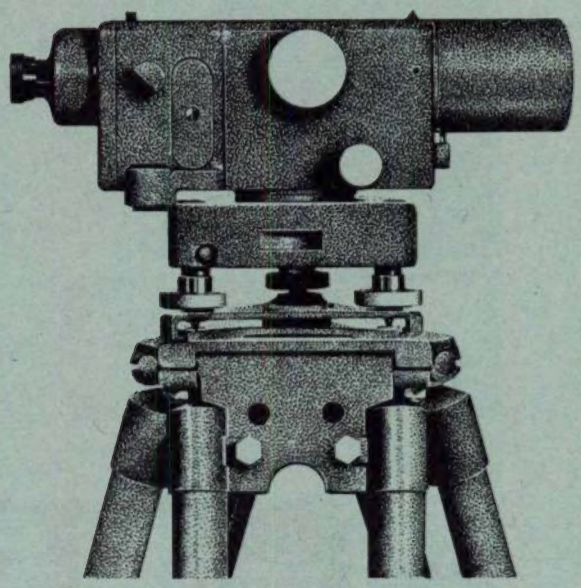
MATERIAL APROVADO PELOS
LLOYD'S REGISTER OF SHIPPING
BUREAU VERITAS
GERMANISCHER LLOYD

LISBOA
Rua Silva Carvalho, 239
Tels. 68 36 49 - 68 48 93
FÁBRICA E LABORATÓRIOS
Venda Nova — Amadora
Tels. 97 06 13 - 97 17 33
PORTO
Rua do Bolhão, 216
Tel. 2 12 77 - 39 44 73

O novo Nível automático de engenheiro

WILD NAK 2

com círculo horizontal



WILD
HEERBRUGG

Para nivelamentos de média e grande precisão; com micrómetro de lâmina de faces plano-paralelas para nivelamentos de grande precisão.

Erro médio para 1 Km de nivelamento duplo: ± 1,5 mm

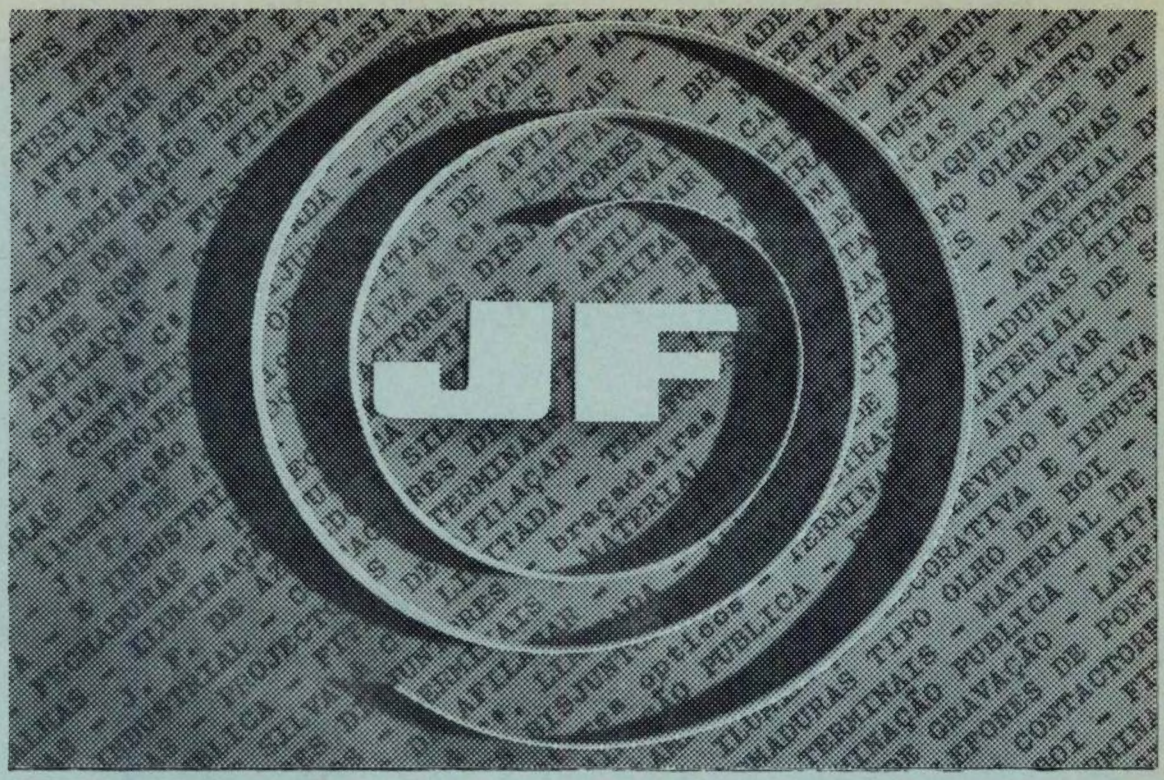
Erro médio para 1 Km de nivelamento duplo com micrómetro: ± 0,4 mm

Luneta de 30 × de aumento com imagem direita de observação

Solicitem catálogo ou demonstração aos representantes exclusivos

WILD PORTUGAL, LDA.

PRAÇA DAS ÁGUAS LIVRES, 8
LISBOA - 2 — TELEFONE 68 91 12



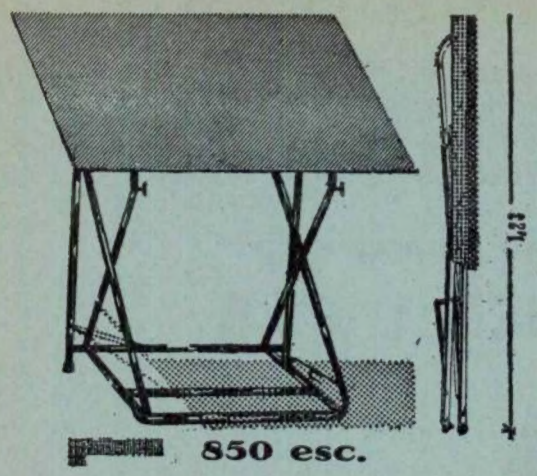
SAUNIER DUVAL	Crompton	DURO TEST	SOCOMEC	LITA	BRUSH	MTE	DIMATEC
ILUMINAÇÃO PÚBLICA	LÁMPADAS INCANDESCENTES E FLUORESCENTES	LÁMPADAS ESPECIAIS	FÚSIVEIS DE A.P.C. E INTERRUPTORES	ILUMINAÇÃO DECORATIVA E INDUSTRIAL	FÚSIVEIS DE A.P.C.	CONTACTORES DISJUNTORES	CANALIZAÇÕES ELÉCTRICAS
SIMEL	SAREL	colson	CLARK	Siroco	elciv	RONIS	Apsco
TERMINAIS E LIGADORES	ARMADURAS TIPO OLHO DE BOI	BRAÇADEIRAS PLÁSTICAS	CALHAS PLÁSTICAS	AQUECIMENTO	ANTENAS	FECHADURAS	MATERIAL DE GRAVAÇÃO EM FITA PLÁSTICA
TAYLOR-HOBSON	HILGER & WATTS	CEJ AB C E JOANSSON	HELLERMAN	Klingfast	Baty	Grampian	IRTI
APARELHAGEM DE METROLOGIA	METROLOGIA	PADRÕES E MICRÓMETROS PARA A INDÚSTRIA	FITAS DE AFILAÇAR	FITAS ADESIVAS	PROJECTORES ÓPTICOS E MICRO-INDICADORES	MATERIAL DE SOM	TELEFONES DE PORTA

PROJECTOS	MONTAGENS	PRODUÇÃO
ESTUDO E CONCEPÇÃO DE INSTALAÇÕES ELÉCTRICAS	EXECUÇÃO E MONTAGEM DE INSTALAÇÕES ELÉCTRICAS	CONCEPÇÃO E FABRICO DE QUADROS, CONVECTORES E EQUIPAMENTOS PARA INSTALAÇÕES ELÉCTRICAS

JF

J.F. DE AZEVEDO E SILVA & C.ª L.DA

Rua S. Francisco Sales, 2 Telef. 654165 · Lisboa-1



850 esc.

CARACTERÍSTICAS: Tubo de aço, articulado em qualquer posição, várias inclinações, fàcilmente transportável, não ocupa espaço quando fechado, prancheta de 1,20 × 0,80 de madeira, em tola. Pintura de estufa.

Em exposição, outros modelos de madeira e metálicos e todo o material de consumo e equipamento de desenho, escritório e papelaria

Distribuidores exclusivos, em Lisboa, do estirador de ***Fábrica Olaio***

J. J. SILVA & IRMÃO, LDA.

rua silva carvalho 232-b · lisboa · telefone 652750 / 680671

O EMPREGO DO CIMENTO BRANCO...

permite acabamentos mais perfeitos, mais duradouros e muito mais económicos

Estude a vantagem do emprego do

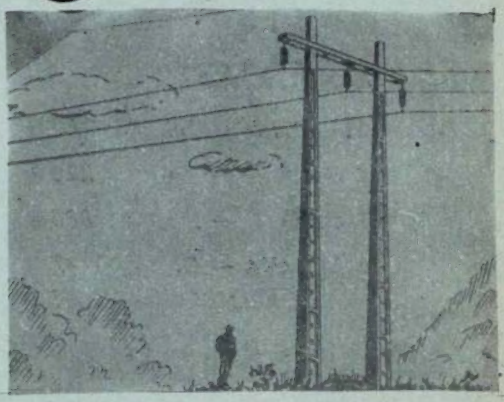
CIMENTO BRANCO LUSO

Consulte os distribuidores gerais

No Sul: **SCIAL** — T. do Corpo Santo, 15 — Telef. 66 61 86 — Lisboa
No Norte: **SCIAL** — R. do Bonjardim, 205 — Telef. 2 5779 — Porto

POSTES DE BETÃO PARA LINHAS ELÉCTRICAS
MOSAICOS E AZULEJOS
COLUNAS PARA ILUMINAÇÃO PÚBLICA
MANILHAS PARA ESGOTOS

SOCIEDADE PORTUGUESA **Carvam**



RUA D. ESTEFÂNIA, 94-A-LISBOA-1 -TELEF. 47812-50129

SONDAGENS RÓDIO, L.DA

LISBOA

RUA DE S. BENTO, 644 - 3.º

Telefones: 68 80 96/7/8 ✦ Telegramas: SETANSOL

RODIO

SONDAGENS GEOLÓGICAS
ESTUDOS GEOTÉCNICOS
ESTACAS GUNITA
CAPTAÇÃO DE ÁGUAS
CONGELAÇÃO DO TERRENO
IMPERMEABILIZAÇÃO DE OBRAS HIDRÁULICAS
CONSOLIDAÇÃO DE FUNDAÇÕES
ABAIXAMENTO DO LENÇOL DE ÁGUA

—//—

Engenheiro Consultor: **Walter Weyermann**

SOCIEDADE INDUSTRIAL METALURGICA

Responsabilidade Limitada

(REGISTADO)

■ ■ ■

SERRALHARIAS,

CALDEIRARIA,

FERRARIA,

FUNDIÇÕES

■ ■ ■

ESCRITÓRIO

Rua de S. Tiago, 13

LISBOA

Telefone 86 19 72

MARCA - A.E.2

Uma força criadora no domínio da electricidade

Arrancadores ASEA

Para motores eléctricos: versões diferentes de arrancadores de grande eficiência e montagem fácil, com temporizador e relé térmico.

ASEA ELÉCTRICA LDA.

Estrada do Prior Velho
Tel. 251110/1
SACAVÉM

R. do Campo Alegre, 144
Tel. 62106/7
PORTO

Celulite

ISOLAMENTO TÉRMICO DAS CONSTRUÇÕES

PAVIMENTOS
*
TECTOS
*
PAREDES
*
CÂMARAS FRIGORÍFICAS
*
ISOLAMENTOS INDUSTRIAIS

Terraços e pavimentos isolados com CELULITE no edifício da Comp.ª de Seguros Fidelidade — P. das Águas Livres — Lisboa

SETH, LDA. ✦ RUA FILIPE FOLQUE, 10-1.º ✦ TEL. 53 01 56 — LISBOA

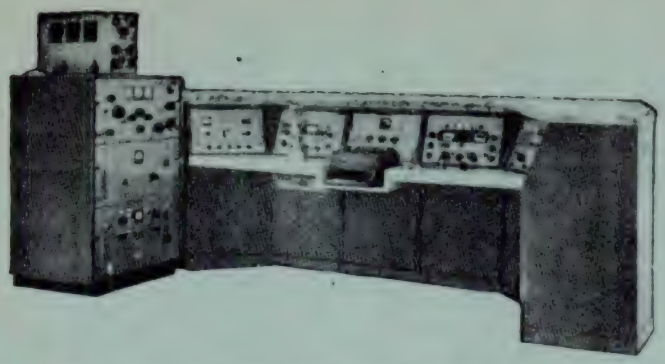
Para impermeabilizar terraços, paredes, fundações, etc.

COLAGEM DE TACOS DE MADEIRA

TELEF. 53 0156 TELEG. EPALDA — LISBOA

EMPREZA DE PRODUCTOS ASFÁLTICOS
IMPERMEABILISADOR
IMEPA
RUA FILIPE FOLQUE, 10-1.º-LISBOA

FÁBRICA EM SACAVÉM



Comunicações

equipamentos
e sistemas completos

- Cuidadosamente projectados
- Amplamente experimentados
- Completamente integrados

THE TECHNICAL MATERIEL CORPORATION

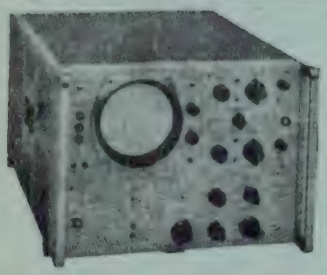
HEWLETT hp PACKARD

aparelhagem electrónica de medida e registo

Osciloscópios, Oscilógrafos, Voltímetros electrónicos, Geradores de sinal, Contadores electrónicos, Registadores digitais, Fontes de alimentação

Registador digital Dymec

Registador Sanborn



Osciloscópio HP

Contador Electrónico HP

TELECTRA EMPRESA TECNICA DE EQUIPAMENTOS ELECTRICOS, S.A.R.L.

PPC DE HOTEL

TELEFONBAU UND NORMALZEIT

Os P. P. C. da Telefonbau são fabricados em 3 modelos com capacidades de 30 a 200 extensões e permitem a ligação de serviços especiais para a indústria hoteleira, nomeadamente serviço de despertar automático, chamada de criados, bloqueamento da linha de rede, inter-ligação com central automática privativa.

ELECTROTECNICOS REUNIDOS Lda.

Av. duque d'avila, 66-3° telef. 411615 LISBOA

técnica

NUMERO 374 JANEIRO DE 1968 ANO XLIII VOL. XXX PUBLICAÇÃO MENSAL

C.D.U. 621.313.32.015

ANÁLISE DE ALGUNS EFEITOS DE PERTURBAÇÕES DE TENSÃO NAS MÁQUINAS SÍNCRONAS

por CARLOS DE MEDEIROS PORTELA
Doutor em Engenharia Electrotécnica
Chefe do Centro de Cálculo da Companhia Nacional de Electricidade

RESUMO

Neste artigo faz-se a análise de alguns efeitos das variações bruscas de tensão nas máquinas síncronas, procurando bàsicamente um tratamento simplificado, para aplicação numérica sistemática.

Analisam-se, designadamente, os aspectos de estabilidade dinâmica e de corrente nos enrolamentos induzidos.

Em condições em que sejam aproximadamente válidas as hipóteses indicadas, os resultados numéricos apresentados permitem averiguar as condições de estabilidade de máquinas síncronas perante uma perturbação de tensão e as consequências dessa perturbação sob o ponto de vista da sobreintensidade no induzido.

SYNOPSIS

This paper analyses some effects of sudden voltage disturbances over synchronous machines, basicaly trying a simplified treatment for the systematic numerical application.

Analysis is performed, namely, on the aspects of dynamic stability and of current in armature winding.

Whenever the hypotheses considered are approximately valid, the numeric results hereby presented allow to check the conditions of stability in synchronous machines, within a voltage disturbance, and the consequences of that disturbance, in view of the over-intensity in the armature.

0. INTRODUÇÃO

Neste artigo faz-se a análise de alguns efeitos das variações bruscas de tensão nas máquinas síncronas, procurando bàsicamente um tratamento simplificado para aplicação numérica sistemática.

Analisam-se, designadamente, os aspectos de estabilidade dinâmica e de corrente nos enrolamentos induzidos.

1. HIPÓTESES BÁSICAS

A análise numérica baseia-se essencialmente nas seguintes hipóteses:

a) Quanto à perturbação de tensão.

Supõe-se que a tensão anterior, equilibrada, tinha um valor V_0 e que se dá uma perturbação brusca, continuando a tensão equilibrada (componentes inversa e homopolar nulas) e passando a componente directa a um valor V, sem variação de fase nem de frequência, mantido durante um tempo T, ao fim do qual a tensão retoma o valor inicial.

b) Quanto ao comportamento da máquina síncrona.

Supõe-se que o comportamento dinâmico da máquina síncrona, trifásica, é tradutível por uma inércia constante, uma potência mecânica constante, uma f. e. m. «equivalente» de amplitude constante e fase rìgidamente ligada à posição mecânica do rotor e uma reactância «equivalente» constante.

A generalidade dos resultados obtidos é aplicável quer ao caso do funcionamento como gerador quer ao do funcionamento como motor.

O tratamento das grandezas associadas à componente inversa da tensão durante a perturbação, que não é aqui analisado, pode, sob diversos aspectos, ser feito separadamente, quer quanto a estabilidade quer quanto às perdas globais.

2. RELAÇÕES ADOPTADAS PARA O PROBLEMA DA ESTABILIDADE

Sejam, dentro das estilizações anteriores:

- t — o tempo (em segundo), a contar do início da perturbação de tensão
- T — a duração da perturbação de tensão (em segundo)
- ω_e — a pulsação eléctrica, igual a $2\pi f$, sendo f a frequência em Hz
- ω — a velocidade angular do sistema rotativo (em rad seg^{-1})
- δ — o «ângulo de potência» da máquina (em rad), supondo δ positivo, no caso dos geradores para f.e.m. em avanço em relação à tensão, e no caso dos motores para a f.e.m. em atraso em relação à tensão
- δ_o — o valor de δ antes da perturbação de tensão em regime estabilizado
- E — a f.e.m. «equivalente» referida à tensão entre fases (em Volt)
- V_o — a tensão aos terminais fora do período de perturbação da tensão, referida à tensão entre fases (em Volt)
- V — a tensão aos terminais (em Volt)
- I_o — a corrente no induzido antes da perturbação
- I — a corrente no induzido no caso de haver perturbação
- X — a reactância equivalente da máquina, por fase
- W — a energia cinética do sistema rotativo (em Joule)

$$\nu = \frac{V}{V_o}$$

$$\varepsilon = \frac{E}{V_o}$$

$$A = \frac{\omega_e V E_o}{2 W X}.$$

Tem-se que, durante a perturbação da tensão, é

$$1) \quad \frac{d^2\delta}{dt^2} = A\,(\sin\delta_o - \nu \sin\delta)$$

$$2) \quad \frac{d\delta}{dt} = \sqrt{2A\int_o^t (\sin\delta_o - \nu\sin\delta)\,d\delta},$$

e após terminada a perturbação de tensão é

$$3) \quad \frac{d^2\delta}{dt^2} = A\,(\sin\delta_o - \sin\delta)$$

$$4) \quad \frac{d\delta}{dt} = \sqrt{2A\left[\int_o^T (\sin\delta_o - \nu\sin\delta)\,d\delta + \int_T^t (\sin\delta_o - \sin\delta)\,d\delta\right]}.$$

3. ANÁLISE DAS CONDIÇÕES DE ESTABILIDADE DINÂMICA

Como se verifica fàcilmente, a condição da tensão V poder ser mantida indefinidamente sem instabilidade corresponde à condição de a área a tracejado (algébrica) indicada na fig. 1 ser positiva.

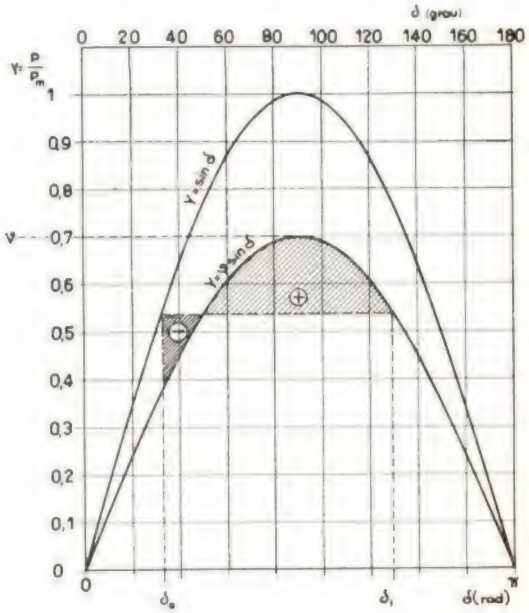


Fig. 1 — Relação entre o ângulo de potência e a potência trocada com a rede, P, antes da perturbação de tensão ($\nu = 1$), e durante a perturbação de tensão ($\nu = \nu$). Representação correspondente à verificação de estabilidade para uma perturbação de duração infinita.

O valor mínimo da tensão V que pode ser mantida indefinidamente após a perturbação sem perda de estabilidade corresponde ao anulamento

da área a tracejado, condição que é traduzida pelo sistema de equações

5) $\nu \sin \delta_1 - \sin \delta_0 = 0$

6) $(\delta_1 - \delta_0) \sin \delta_0 + \nu (\cos \delta_1 - \cos \delta_0) = 0.$

Estas relações, para um dado valor de δ_0, permitem determinar os valores de δ_1 e ν, o que fiz por um processo iterativo, utilizando um calculador digital.

Na fig. 2 traduz-se a relação entre o ângulo de potência inicial, δ_0, e δ_1, ângulo de potência máximo durante a oscilação subsequente à perturbação, e a tensão limite de estabilidade (traduzida pela relação ν), para duração indefinida da perturbação de tensão.

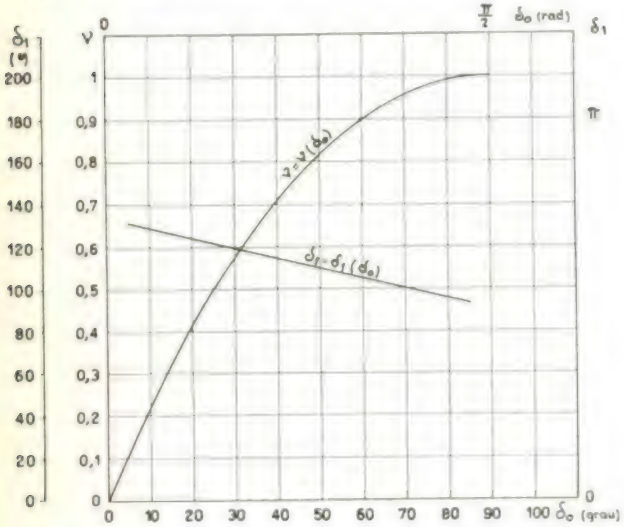


Fig 2 — Relação entre o ângulo de potência inicial, δ_0, e a tensão limite da estabilidade (traduzida pela razão ν) podendo ser mantida indefinidamente, e relação entre δ_0 e o ângulo de potência máximo, δ_1, para essas condições limites.

Para valores de ν inferiores ao limite atrás indicado, a condição de estabilidade implica uma duração da perturbação de tensão inferior a determinado valor máximo.

Como se verifica fàcilmente, a condição de estabilidade implica que seja positiva a área (algébrica) a tracejado na fig. 3, sendo δ_1 o ângulo de potência no instante em que se dá o restabelecimento da tensão.

A duração máxima correspondente ao limite de estabilidade é traduzida pela condição

7) $$\cos \delta_1 = \frac{(\pi - 2\delta_0) \sin \delta_0 - (1 + \nu) \cos \delta_0}{1 - \nu}.$$

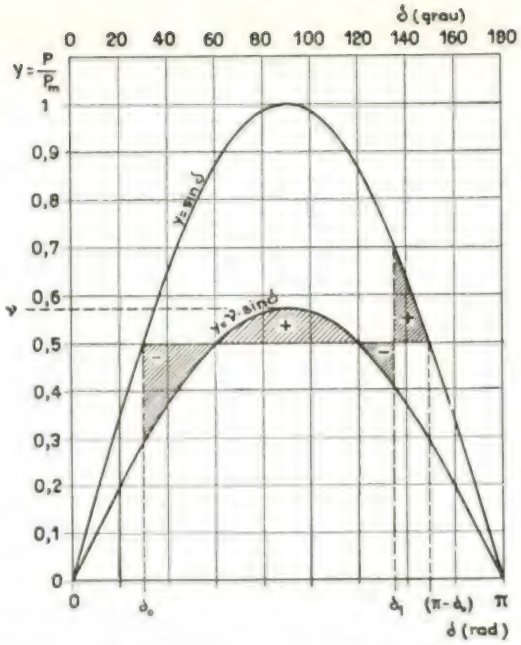


Fig. 3 — Relação entre o ângulo de potência e a potência trocada com a rede, P, antes e depois da perturbação de tensão ($\nu = 1$), e durante a perturbação de tensão ($\nu = \nu$). Representação correspondente à verificação de estabilidade para uma perturbação de duração finita com instabilidade no caso de duração infinita.

Tem-se assim, sob forma explícita, δ_1 em função de δ_0 e de ν.

A determinação da duração correspondente a ser atingido o ângulo de potência δ_1 implica a integração da equação diferencial do movimento, designadamente traduzida pelas relações 1) e 3).

Para dar maior generalidade à análise numérica, tem interesse uma mudança da variável tempo por uma variável auxiliar τ, tal que

8) $$d\tau = \sqrt{A} \cdot dt = \frac{dt}{\theta}.$$

Esta mudança de variável corresponde no fundo a uma mudança de escala de tempos, tomando como unidade de tempo

9) $$\theta = A^{-1/2}.$$

Nesta unidade, a equação diferencial do movimento tem como únicos parâmetros δ_0 e ν, relacionando, para um par de valores desses parâmetros, δ e τ.

A unidade de tempo θ pode ser interpretada como a média geométrica entre o tempo que no movimento síncrono corresponde a um desloca-

mento eléctrico de um ângulo 2 radiano e o tempo igual à relação entre a energia cinética, W, associada ao rotor da máquina, e a potência «máxima», P_m, que ela pode trocar com a rede, para f. e. m. equivalente E, tensão V_o e reactância equivalente X.

No caso de uma frequência 50 Hz tem-se

$$10) \qquad \theta \simeq 0{,}0798 \ s^{1/2} \cdot \sqrt{\frac{W}{P_m}},$$

e no caso de uma frequência 60 Hz têm-se

$$11) \qquad \theta \simeq 0{,}0728 \ s^{1/2} \cdot \sqrt{\frac{W}{P_m}}.$$

No caso de a energia cinética dominante ser a do rotor da máquina síncrona pròpriamente dita e para os valores correntes dos parâmetros, tem-se que θ é da «ordem de grandeza» de 0,1 s.

A equação diferencial do movimento foi integrada para valores de δ_o de 0 a 90°, por intervalos de 5°, e para valores de ν de 1 a 0 mas inferiores ao valor limite de ν correspondente a estabilidade para duração indefinida da diminuição de tensão.

Na fig. 4 representam-se os resultados obtidos.

É interessante salientar que para valores τ elevados (superiores a cerca de 10 para $\delta_o \lesssim 10°$) as curvas de parâmetro δ_o num diagrama (ν, τ) coincidem sensìvelmente com as respectivas assímptotas, isto é, para durações elevadas da perturbação de tensão e estabilidade é fundamentalmente condicionada pela tensão durante a perturbação.

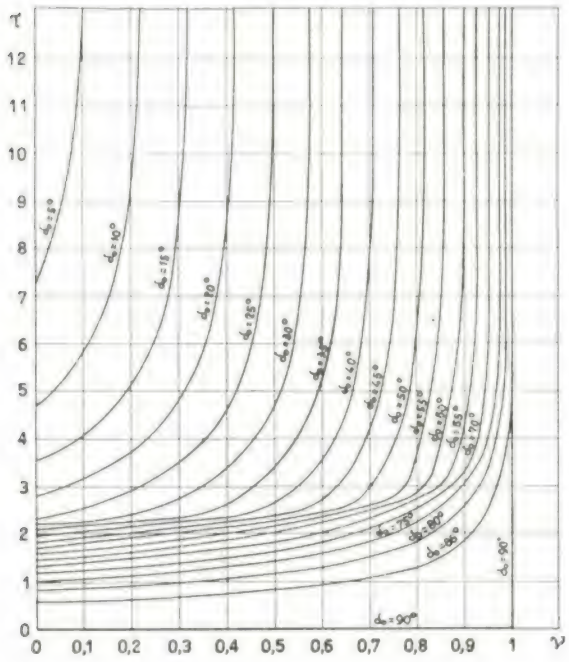


Fig. 4 — Relação entre δ_o, ν e τ correspondente às condições limites de estabilidade.

Tem interesse caracterizar as perturbações de tensão por um parâmetro simples, que, aproximadamente, se possa associar à «gravidade» da perturbação.

Considerei sistemàticamente, para as condições limites de estabilidade, os seguintes parâmetros:

$$12) \qquad p_a = \int_0^T (1 - \nu^2) \, d\tau$$

$$13) \qquad p_b = \int_0^T (1 - \nu)^2 \, d\tau$$

$$14) \qquad p_c = \int_0^T (1 - \nu) \, d\tau$$

$$15) \qquad p_d = \int_0^T d\tau$$

$$16) \qquad p_e = \frac{\int_0^T (1 - \nu) \, d\tau}{\int_0^T d\tau}.$$

Estes parâmetros foram calculados na escala de tempos τ, caracterizada por uma unidade de tempo θ. Para a sua conversão a outra unidade de tempo, basta notar que os valores numéricos dos quatro primeiros são inversamente proporcionais à unidade de tempo e o do último é independente da unidade de tempo. Designo os valores correspondentes, mas utilizando em vez de $d\tau$, o tempo dt, tomando como unidade o segundo, respectivamente por P_a, P_b, P_c, P_d, P_e.

Nas figs. 5, 6, 7, 8 e 9 representam-se estes parâmetros para condições limites de estabilidade, em função de δ_o e ν.

Sob o ponto de vista restrito de existência ou não de estabilidade e para o caso de uma mesma máquina, caracterizada por um só valor de θ, as condições limites correspondentes a um mesmo valor de δ_o traduzem «igual» gravidade da perturbação. Como se verifica fàcilmente, nenhum dos parâmetros p_a, p_b, p_c, p_d e p_e satisfaz exactamente à condição de «unicidade» para «igual» gravidade.

No entanto, como é óbvio, convém que, se possível, o parâmetro que «caracterize» a gravidade da perturbação de tensão seja «homotético» para máquinas diferentes, eventualmente caracterizadas por valores de θ distintos. Desta forma, dois índices «iguais» sob o ponto de vista de uma máquina, caracterizada por um valor de θ e outro de δ_0, deverão ser iguais sob

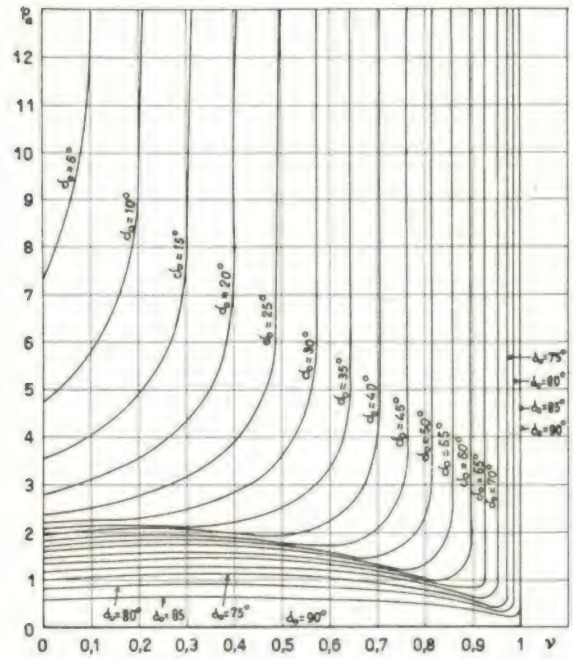


Fig. 5 — Relação entre δ_0, ν e o parâmetro p_a correspondente à perturbação de tensão, para condições limites de estabilidade.

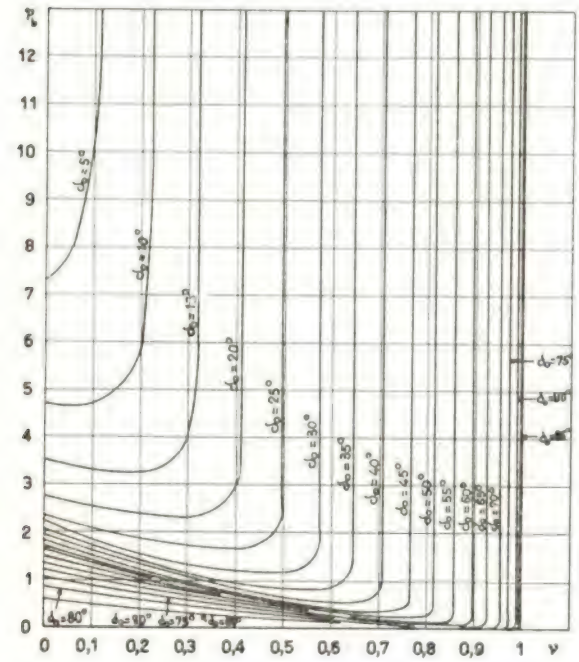


Fig. 6 — Relação entre δ_0, ν e o parâmetro p_b correspondente à perturbação de tensão, para condições limites de estabilidade.

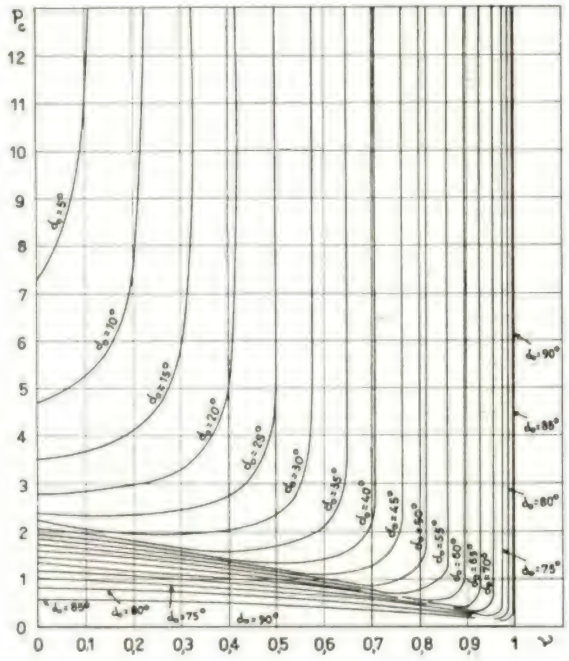


Fig. 7 — Relação entre δ_0, ν e o parâmetro p_c correspondente à perturbação de tensão, para condições limites de estabilidade.

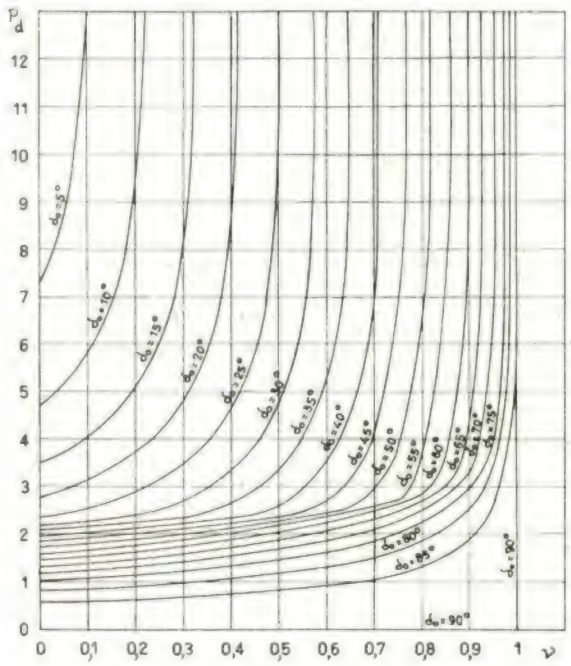


Fig. 8 — Relação entre δ_0, ν e o parâmetro p_d correspondente à perturbação de tensão, para condições limites de estabilidade.

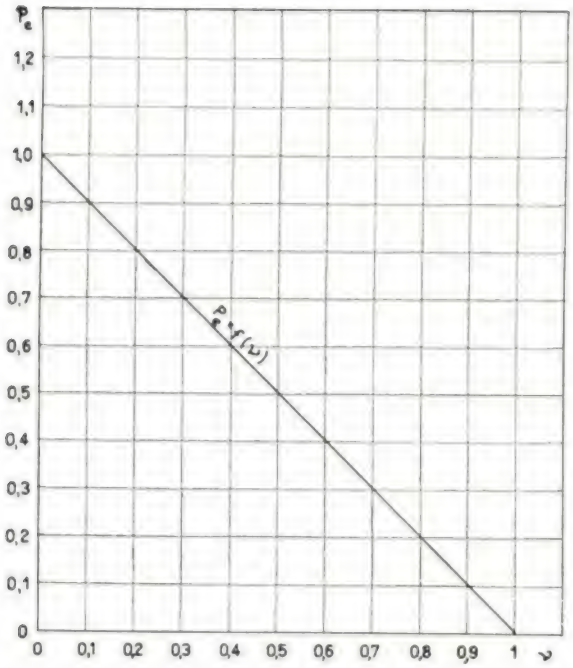


Fig. 9 — Relação entre δ_0, ν e o parâmetro p_e correspondente à perturbação de tensão, para condições limites de estabilidade.

o ponto de vista de outra máquina, caracterizada por valores diferentes de θ e de δ_0. Este condicionamento desaconselha o uso do parâmetro δ_0 correspondente a limite de estabilidade, dados τ e θ.

Convém naturalmente, por outro lado, que um parâmetro que caracterize a perturbação tenha forma simples e por outro que, se possível, seja linear em τ.

Da análise das figs. 5 a 9 conclui-se que, embora de maneira imperfeita, os parâmetros p_a e p_c podem caracterizar satisfatòriamente o efeito da perturbação de tensão sob o ponto de vista de estabilidade dinâmica, para pequenas durações da perturbação. Para perturbações de longa duração, em que, como vimos atrás, é dominante a amplitude da perturbação, é mais significativo o parâmetro p_e.

O parâmetro p_a é proporcional à diminuição provocada por uma perturbação de tensão na energia consumida numa carga caracterizada por uma impedância constante, portanto com elasticidade 2 em relação à tensão. O parâmetro p_c é proporcional à diminuição de tensão numa carga caracterizada por uma elasticidade 1 em relação à tensão.

Para concretização, sob o ponto de vista global de um conjunto de máquinas de uma rede, do critério de escolha dos parâmetros característicos da perturbação, suponhamos que os valores de δ_0 dessas máquinas têm os valores 5°; 10°; 15°; 20°; 25°; 30°; 35°; 40°; 45°; 50°, e que os valores de θ têm os valores 0,05.a; 0,1.a; 0,15.a; 0,2.a; 0,25.a, sendo igual a proporção de máquinas para cada uma das diferentes 50 combinações de δ_0 e θ.

Seja η a proporção de máquinas deste conjunto que perde o sincronismo com uma perturbação caracterizada pelos valores T (duração) e ν (amplitude relativa) durante a perturbação.

Nas fig. 10, 11 representa-se respectivamente a relação entre P_a e η e entre P_c e η.

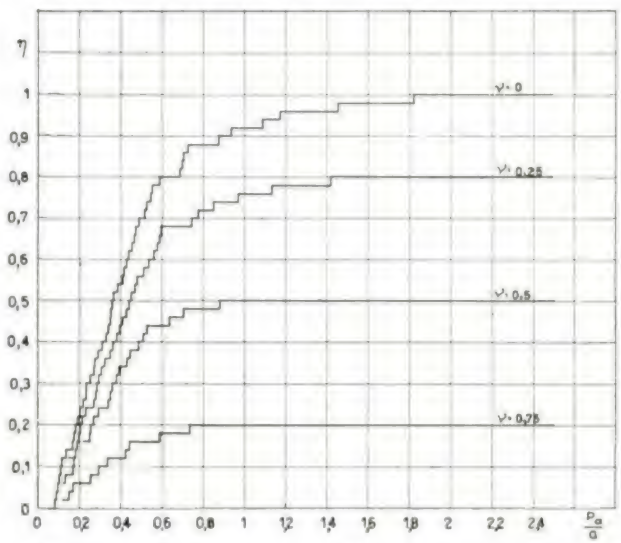


Fig. 10 — Relação entre o parâmetro P_a e η, proporção das máquinas que perdem o sincronismo, num exemplo

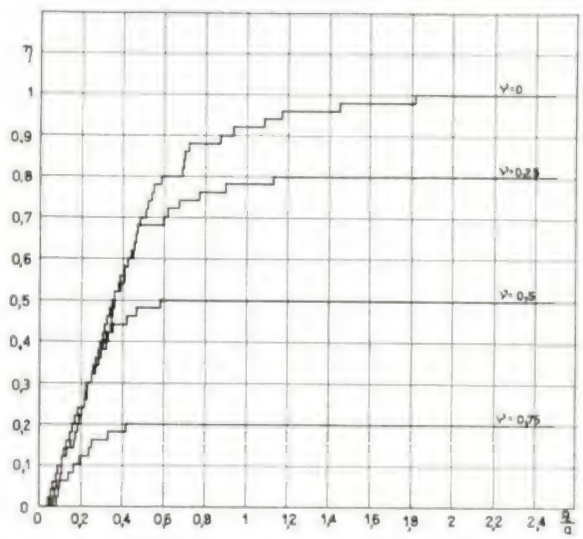


Fig. 11 — Relação entre o parâmetro P_c e η, proporção das máquinas que perdem o sincronismo, num exemplo.

Da análise destas figuras conclui-se que, para perturbações de pequena duração, há uma correspondência aproximadamente biunívoca entre P_c e η, e para perturbações de longa duração entre P_e e η, isto é, P_c é adequado para «índice» da gravidade de perturbações de pequena duração e P_e para índice da gravidade de perturbações de «longa» duração. A «transição» entre «pequena» e «longa» duração, para este efeito, dá-se para durações da ordem $10.a$, ou seja da ordem de 1s para os valores «usuais» dos parâmetros das máquinas.

Em conclusão, quanto a estabilidade de máquinas síncronas dentro de um ponto de vista global e simplista para o conjunto de uma rede, podem considerar-se como parâmetros adequados para traduzir a gravidade de uma perturbação de tensão:

a) Para perturbações de curta duração (inferior a cerca de 1 s)

17) $$P_c = \int_0^T (1 - \nu)\, dt,$$

sendo T a duração da perturbação;

b) Para perturbações de longa duração (superior a cerca de 1 s)

18) $$P_e = \frac{1}{T} \int_0^T (1 - \nu)\, dt.$$

Com um pouco mais de generalidade, pode dizer-se que a zona de separação entre as durações «curtas» e «longas» atrás indicadas é da ordem de 5 a 10 vezes o valor «médio» de θ nas máquinas em causa.

4. RELAÇÕES ADOPTADAS PARA O PROBLEMA DA SOBREINTENSIDADE ASSOCIADA À PERTURBAÇÃO DE TENSÃO

Dentro das hipóteses indicadas em 1), tem-se que:

a) Durante a perturbação de tensão é [1]

19) $$X^2 I^2 = E^2 + V^2 - 2\, E V \cos \delta.$$

b) Após a perturbação de tensão é [1]

20) $$X^2 I^2 = E^2 + V_o^2 - 2\, E\, V_o \cos \delta.$$

c) Na hipótese de não haver perturbação é [1]

21) $$X^2 I_o^2 = E^2 + V_o^2 - 2\, E\, V_o \cos \delta_o.$$

Como se verifica fàcilmente, supondo uma duração suficientemente curta para que se possa desprezar a transmissão de calor dos enrolamentos do induzido ao exterior, o aumento de temperatura de um enrolamento é apenas função de

22) $$G = \int_{t_1}^{t_2} I^2\, dt.$$

Com efeito, nessas hipóteses, tem-se que

23) $$\frac{d\eta}{dt} = \frac{f(\eta)\, I^2}{g(\eta)},$$

sendo η a temperatura, $f(\eta)$ a resistência [1] e $g(\eta)$ a capacidade calorífica [1] de um troço de condutor, donde

24) $$\varphi(\eta, t_1, t_2) = \int_{t_1}^{t_2} \frac{g(\eta)}{f(\eta)}\, d\eta = \int_{t_1}^{t_2} I^2\, dt.$$

Portanto, para um par de valores (t_1, t_2), a função $\varphi(\eta)$ define o valor da temperatura, e é por sua vez igual a G.

Com um certo erro, pequeno para fortes sobreintensidades de curta duração, pode ainda admitir-se que o aumento de temperatura correspondente a essa sobreintensidade I, e em relação à temperatura estabilizada com uma corrente I_o, é função de

25) $$H = \int_{t_1}^{t_2} (I^2 - I_o^2)\, dt.$$

Considerando para origem dos tempos o início da perturbação de tensão, seja

26) $$\zeta = \frac{1}{\theta} \cdot \frac{X^2}{E\, V_o} \cdot \int_0^t (I^2 - I_o^2)\, dt$$

$$= \frac{X^2}{E\, V_o} \int_0^t (I^2 - I_o^2)\, d\tau.$$

Vem:

a) para $t < T$

27) $$\zeta = \int_0^t \left[\frac{1}{\varepsilon} (\nu^2 - 1) + 2 (\cos \delta_o - \nu \cos \delta) \right] d\tau;$$

[1] Consideram-se valores de corrente referidos a um esquema monofásico equivalente.

b) para $t > T$

$$28)\ \zeta = \int_0^T \left[\frac{1}{\varepsilon} (\nu^2 - 1) + 2 (\cos \delta_0 - \nu \cos \delta) \right] d\tau + \int_T^t 2 (\cos \delta_0 - \cos \delta)\, d\tau.$$

A grandeza ζ pode ser interpretada como a relação entre o acréscimo de energia reactiva, em relação ao valor anterior à perturbação, e o produto da constante de tempo θ pela potência máxima (para E, V_0 e X constantes e δ arbitrário) que a máquina síncrona pode trocar com a rede.

Esta grandeza depende do intervalo de tempo a que se refere, e das condições anteriores à perturbação através dos parâmetros ε e δ_0.

5. ANÁLISE NUMÉRICA DA SOBREINTENSIDADE NO INDUZIDO

Para efeitos de aquecimento, interessa designadamente conhecer o valor de ζ (ou de grandeza similar), durante a perturbação de tensão e no período subsequente em que a corrente se mantém elevada.

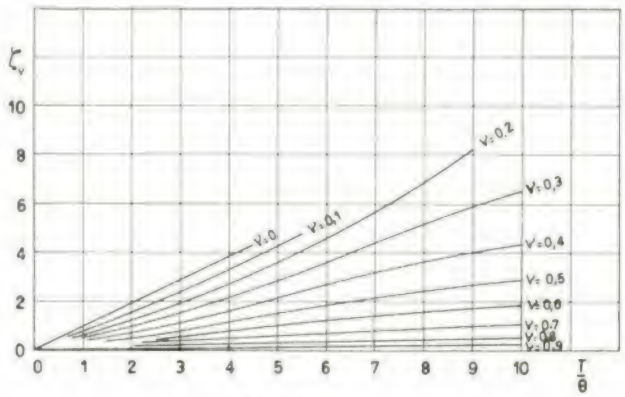
Para uma análise sistemática elaborei um programa que, com base na integração numérica das equações 1 e 3, e para os diversos valores das grandezas, calcula os valores de ζ correspondentes aos seguintes intervalos de tempo:

a) Durante a perturbação de tensão ($\zeta = \zeta_\nu$).

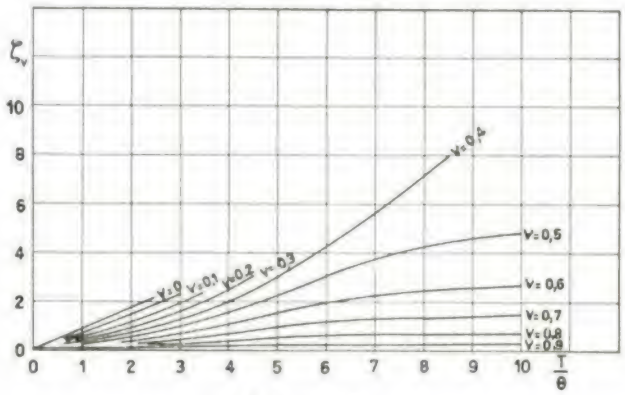
b) Desde o início da perturbação até ao instante T_1, posterior à perturbação de tensão, em que a corrente atinge novamente o valor anterior à perturbação ou é inferior a este último. Após T_1 a corrente passa a ser inferior a I_0, seguindo-se uma oscilação de I em torno do valor I_0 ($\zeta = \zeta_1$).

O critério de escolha do intervalo T_1 para cálculo de ζ_1 é naturalmente um tanto arbitrário. Afigura-se no entanto simples e representativo para uma análise aproximada dos efeitos de uma perturbação de tensão sob o ponto de vista de sobreintensidade no induzido de máquinas síncronas, dentro das hipóteses feitas.

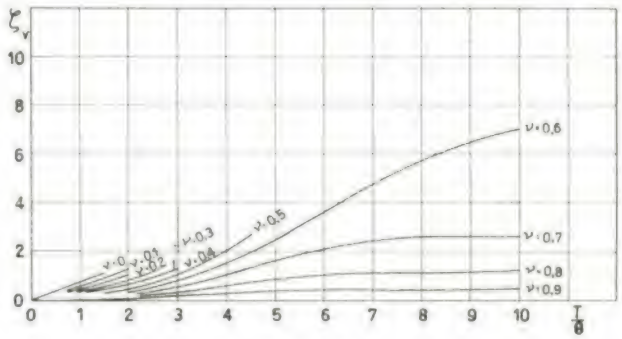
Nas figs. 12, 13 e 14 apresenta-se um extracto dos resultados obtidos, indicando-se, para $\varepsilon = 1$, ζ_ν, ζ_1 e T_1 em função de T, duração da perturbação de tensão, para $\delta_0 = 10°$; 20°; 30; 40°; 50°. A análise feita engloba apenas condições correspondentes à existência de estabilidade dinâmica das máquinas.



a) $\delta_0 = 10°$

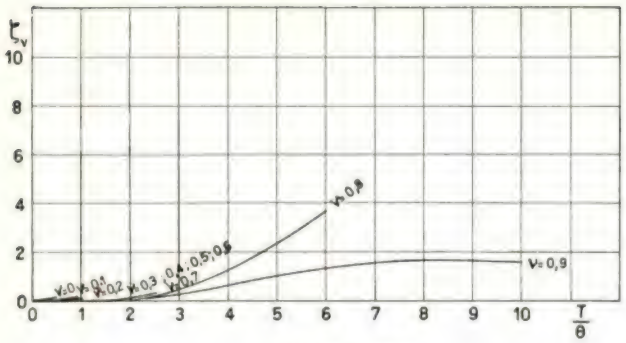


b) $\delta_0 = 20°$

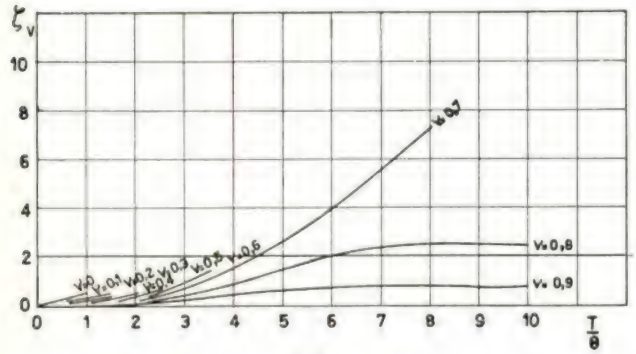


c) $\delta_0 = 30°$

Fig. 12 — Relação entre a duração, T, da diminuição de tensão, de amplitude relativa ν, e o parâmetro ζ_ν, representativo do integral do acréscimo do quadrado de corrente durante a diminuição de tensão.

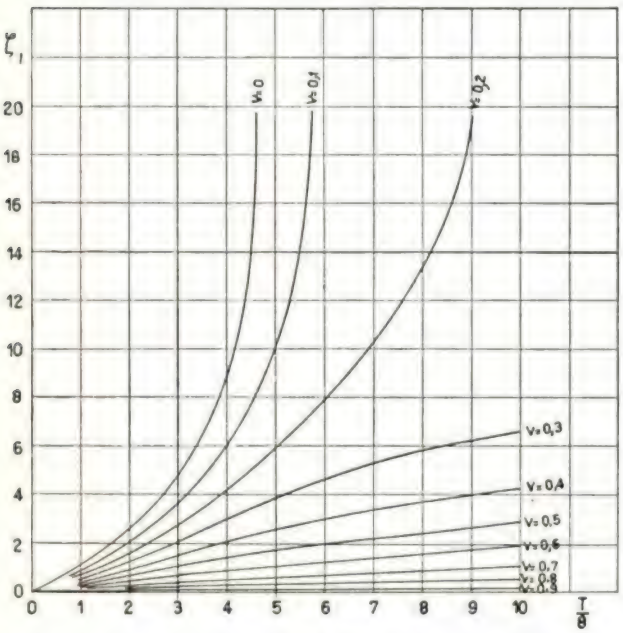


d) $\delta_o = 40°$



e) $\delta_o = 50°$

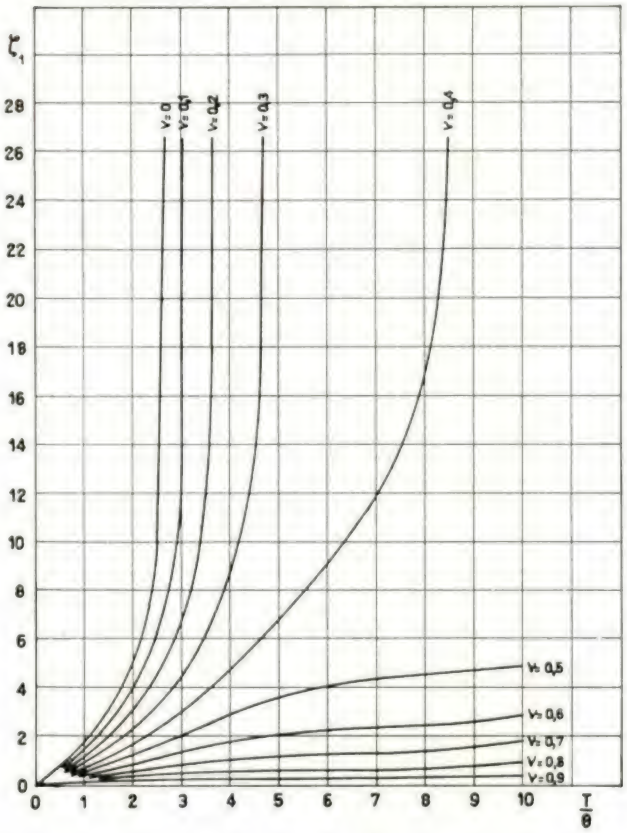
Fig. 12 (cont.) —Relação entre a duração T, da diminuição de tensão, de amplitude relativa ν, e o parâmetro ζ_v, representativo do integral do acréscimo do quadrado de corrente durante a diminuição de tensão.



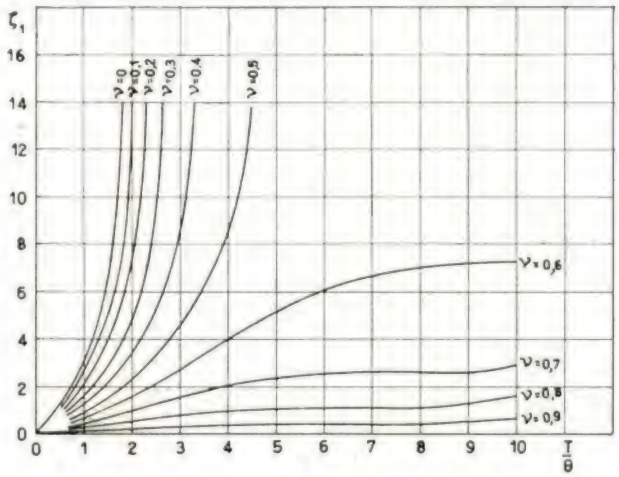
a) $\delta = 10°$

Fig. 13 — Relação entre a duração T, da diminuição de tensão, de amplitude relativa ν, e o parâmetro ζ_1 representativo do integral do acréscimo do quadrado de corrente até o ângulo de potência atingir novamente o valor inicial, δ_o.

Da análise destas figuras, conclui-se que, sob um ponto de vista global e de primeira aproxi-

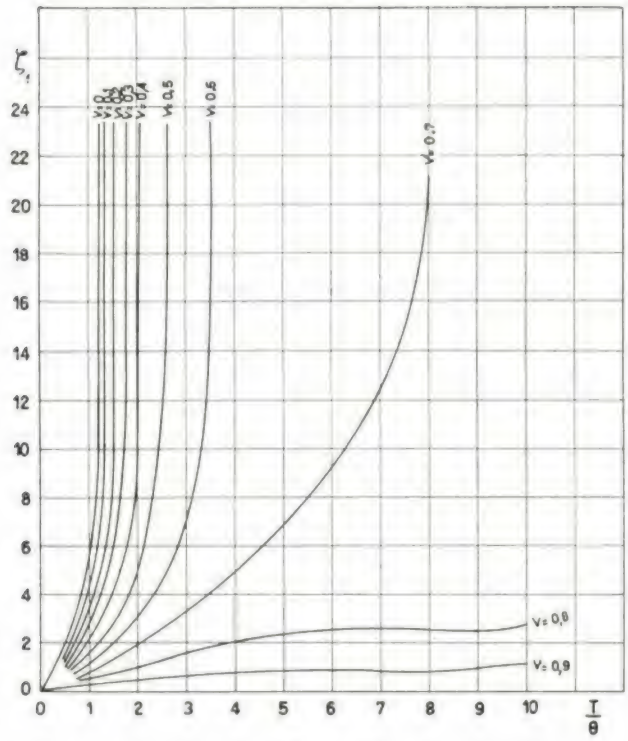


b) $\delta_o = 20°$

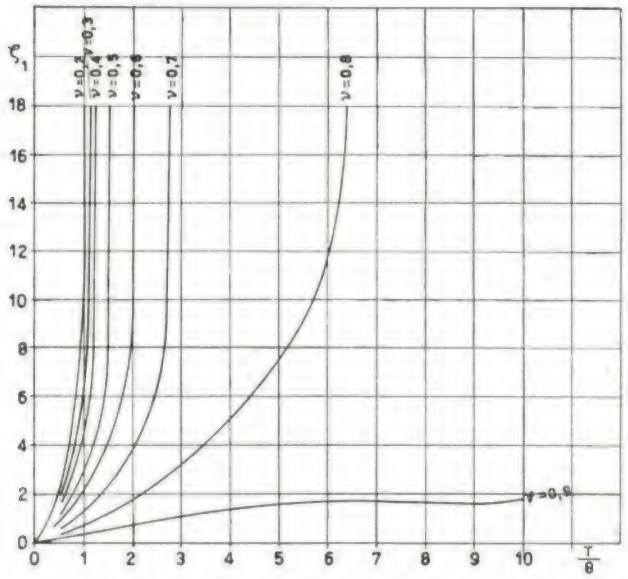


c) $\delta_o = 30°$

Fig. 13 (cont.)—Relação entre a duraçãoT, da diminuição de tensão, de amplitude relativa ν, e o parâmetro ζ_1, representativo do integral do acréscimo do quadrado de corrente até o ângulo de potência atingir novamente o valor inicial, δ_o.



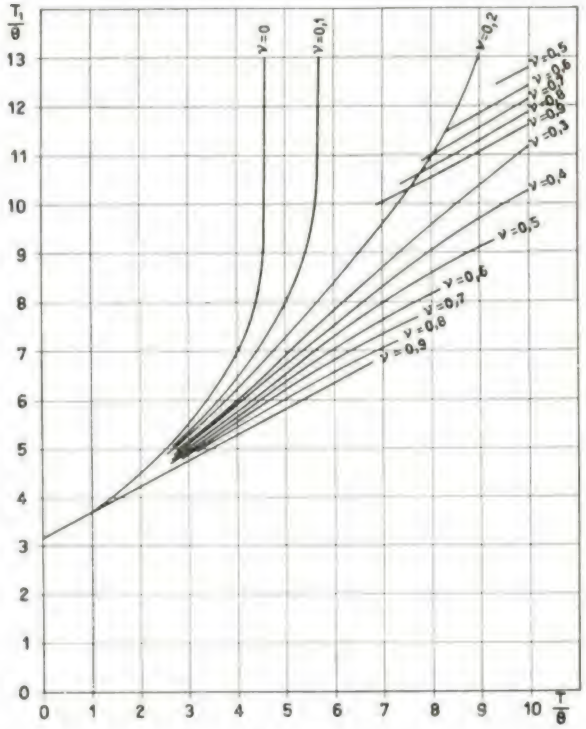
d) $\delta_o = 40°$



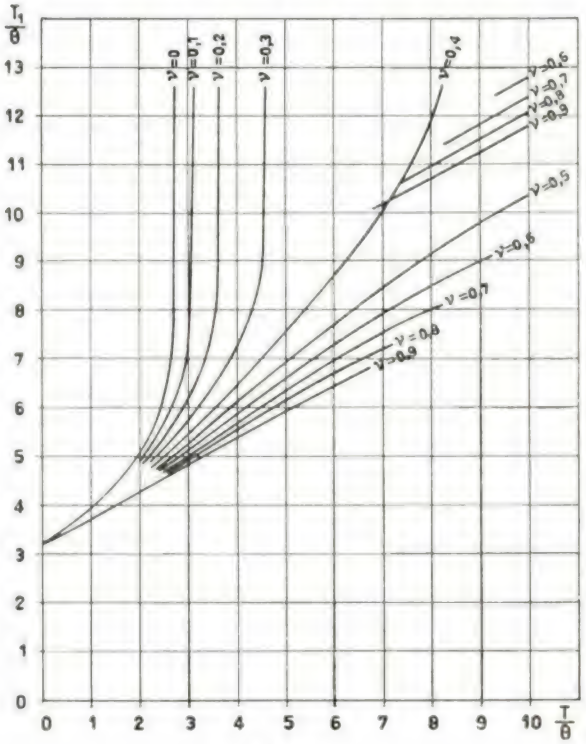
e) $\delta_o = 50°$

Fig. 13 (cont.) — Relação entre a duração T, da diminuição de tensão, de amplitude relativa ν, e o parâmetro ζ_1, representativo do integral do acréscimo do quadrado de corrente até o ângulo de potência atingir novamente o valor inicial, δ_o.

mação, o índice P_c pode ser considerado «representativo» da gravidade de perturbação de tensão quanto à sobreintensidade resultante no induzido de máquinas síncronas, na medida em se seja legítimo considerar as hipóteses indicadas em 1).

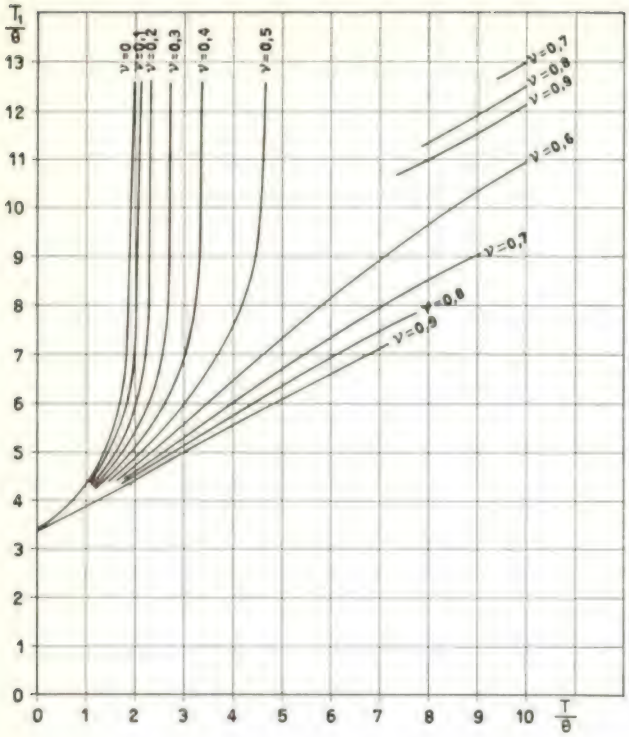


a) $\delta_o = 10°$

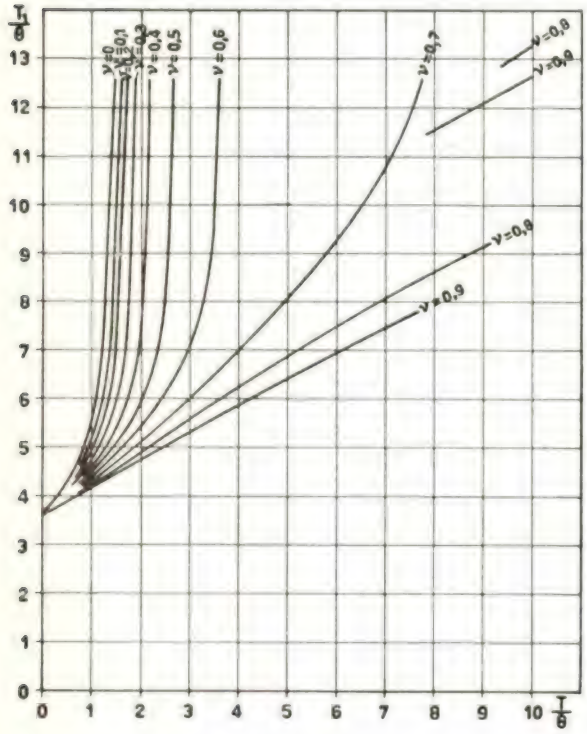


b) $\delta_o = 20°$

Fig. 14 — Relação entre a duração T, da diminuição de tensão, de amplitude relativa ν, e o tempo, T_1, de restabelecimento do ângulo de potência inicial, δ_o.

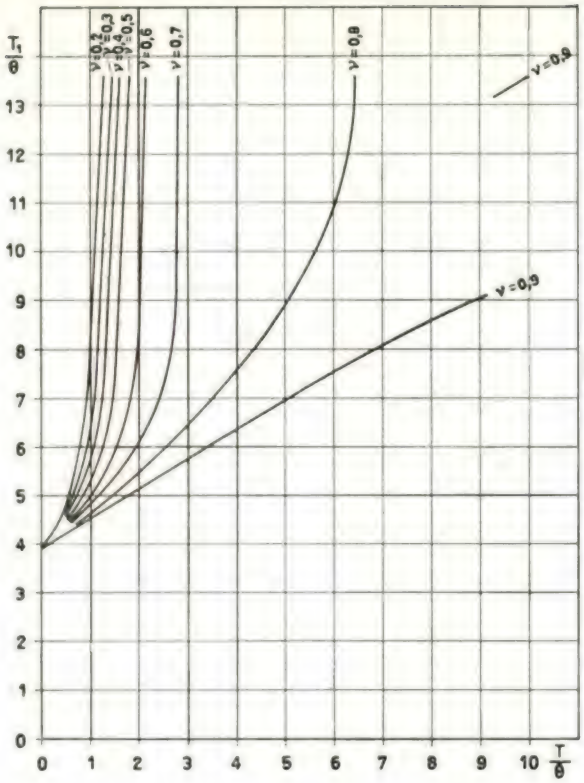


c) $\delta_o = 30°$



d) $\delta_o = 40°$

Fig. 14 (cont.) — Relação entre a duração T, da diminuição de tensão, de amplitude relativa ν, e o tempo, T_1, de restabelecimento do ângulo de potência inicial, δ_o.



e) $\delta_o = 50°$

Fig. 14 (cont.) — Relação entre a duração T, da diminuição de tensão, de amplitude relativa ν, e o tempo, T_1, de restabelecimento do ângulo de potência inicial, δ_o.

Tem aqui lugar um esclarecimento do motivo da «discontinuidade» da relação

$$T_1 = T_1 (T) .$$

Na fig. 15 representa-se a evolução de δ em função do tempo para diversos valores da duração da redução de tensão. Após a redução de tensão a máquina entra em movimento oscilatório em torno da frequência de sincronismo, variando δ aproximadamente entre δ_o e um valor máximo δ_m, com um «período» T_o.

Para

$$T < T_o$$

a diferença

$$T_1 - T$$

é função decrescente de T, sendo

29) $$\lim_{T \to T_o - 0} T_1 = T_o .$$

Aumentado T, para

$$T = T_o + 0$$

dá-se uma discontinuidade no valor de T_1, pois, ao restabelecer-se a tensão, inicia-se uma oscila-

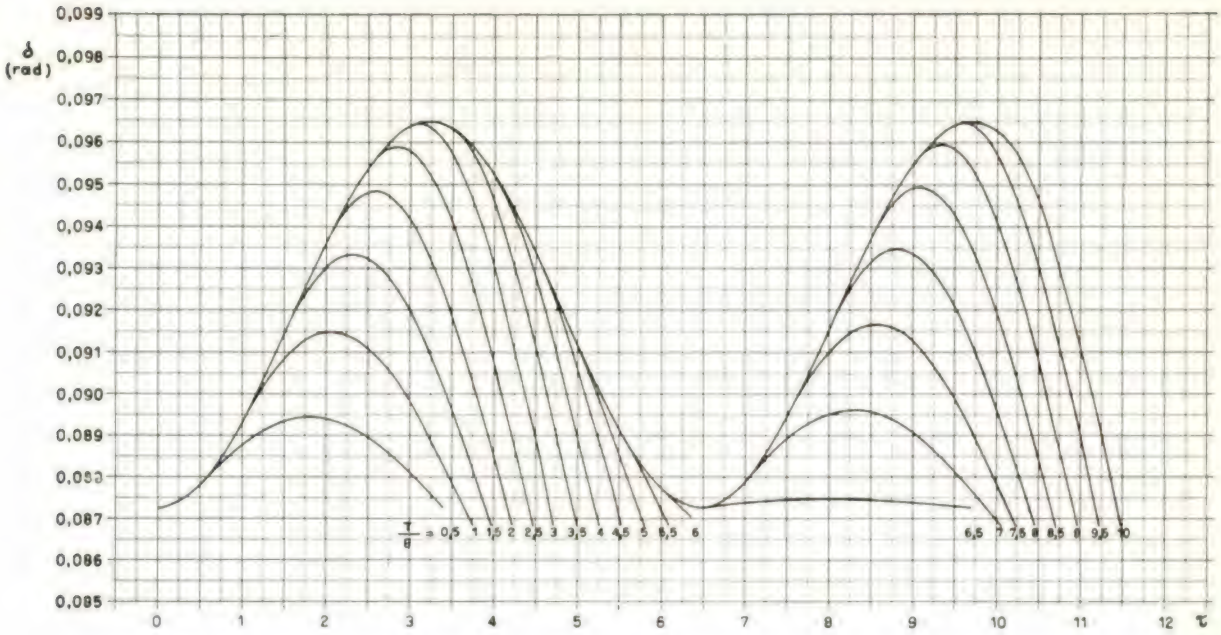


Fig. 15 — Evolução do ângulo de potência, δ, em função do tempo, para vários valores de duração da diminuição de tensão, T.

ção de δ em fase de crescimento a partir de um valor superior a δ_0, só sendo atingido o valor δ_0 após uma «oscilação».

Discontinuidades análogas verificam-se, òbviamente, para

30) $$T = k\,T_0,$$

com k inteiro positivo e não nulo.

Claro que o amortecimento das oscilações, não tido em conta no modelo considerado, influi significativamemente no valor de δ após um número elevado de períodos.

6. CONCLUSÃO

Em condições em que sejam aproximadamente válidas as hipóteses indicadas em 1), os resultados numéricos apresentados permitem averiguar as condições de estabilidade de máquinas síncronas perante uma perturbação de tensão e as consequências dessa perturbação sob o ponto de vista de sobreintensidade no induzido.

Dentro da validade dessas hipóteses, quanto a estabilidade e sob um ponto de vista global do conjunto de máquinas síncronas de uma rede, tem-se que:

a) Para perturbações de tensão de «curta» duração, a gravidade da perturbação é satisfatòriamente traduzida pelo parâmetro P_c, sendo

31) $$P_c = \int_0^T (1 - \nu)\, dt.$$

b) Para perturbações de «longa» duração, a gravidade da perturbação é aproximadamente traduzida pelo parâmetro

32) $$P_e = \frac{1}{T} \int_0^T (1 - \nu\, dt.$$

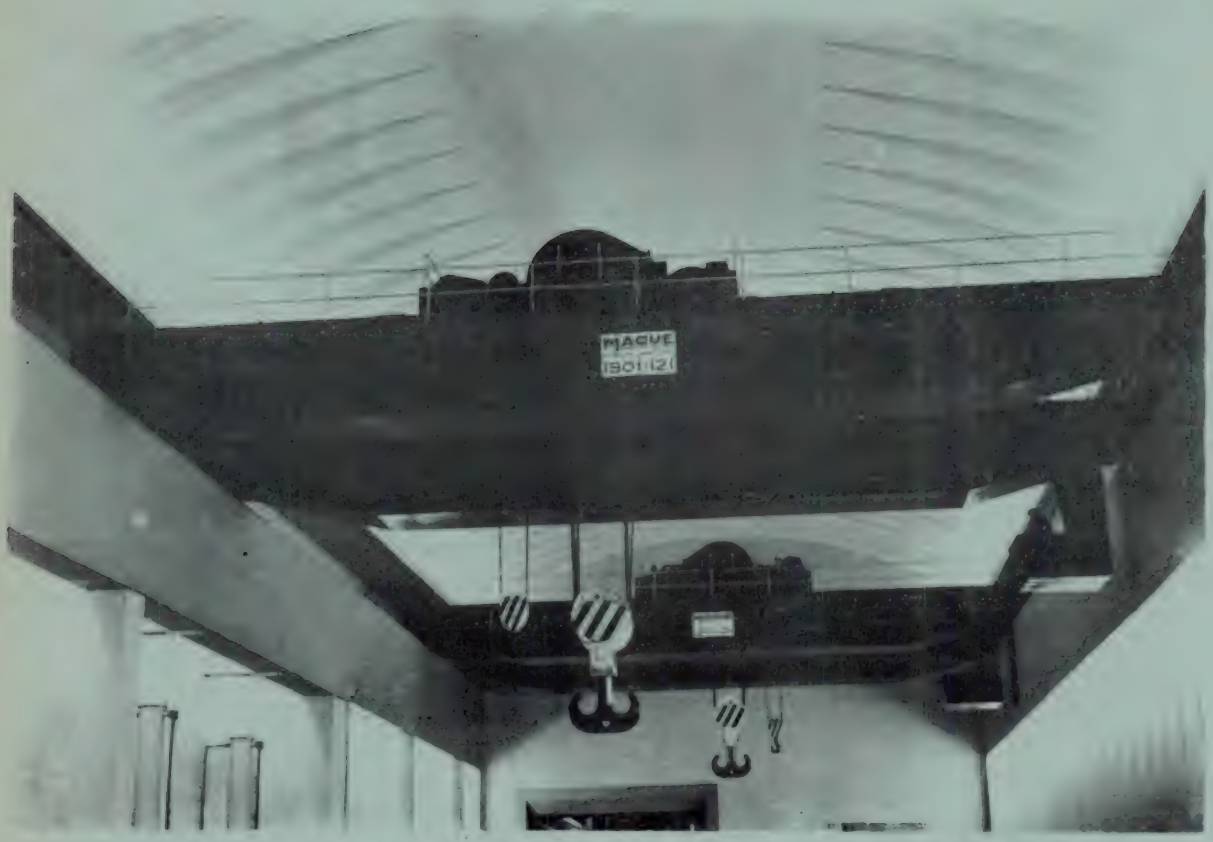
Para a ordem de grandeza usual dos parâmetros das máquinas e para este efeito, a transição, aliás não rígida, entre duração curta e longa verifica-se para tempos da ordem de 1 s.

Semelhantemente, e para análogas hipóteses e ponto de vista e quanto a sobreintensidade no induzido de máquinas síncronas associadas à componente directa da tensão, o parâmetro P_c pode considerar-se um índice significativo da gravidade da perturbação de tensão.

Afigura-se pois de interesse que os elementos estatísticos relativos a perturbações de tensão nas redes indiquem designadamente os parâmetros P_c e P_e, ou qualquer par das três grandezas P_c, P_e e T, dado que elas estão relacionadas por

33) $$P_c = P_e \,.\, T\,.$$

MAGUE



2 PONTES ROLANTES ELÉCTRICAS DE 190 t - 12 t / 18,7 m EM SERVIÇO NA CENTRAL SUBTERRÂNEA DE BEMPOSTA

PONTES ROLANTES, GUINDASTES E APAR. DE ELEVAÇÃO ESPECIAIS	*Projecto e fabrico*
TURBINAS HIDRÁULICAS	*Fabrico segundo licença de A. C. M. de Vevey, S. A.*
TURBINAS A VAPOR	*Fabrico segundo licença de Brown Boveri, Cie.*
CALDEIRAS A VAPOR	*Projecto e fabrico segundo licença de Foster Wheeler, Co.*
EQUIPAMENTOS E INSTALAÇÕES INDUSTRIAIS	

CONSTRUÇÕES METALOMECANICAS **MAGUE** S.A.R.L

ALVERCA DO RIBATEJO — PORTUGAL

DEMAG EQUIPA TODA A INDUSTRIA

Mobilize grandes forças!

Nos carregamentos, no transporte, no empilhamento, na montagem - em serviço nos depósitos e estaleiros - em toda a parte as gruas móveis «Demag» dão provas do seu grande rendimento e justificam a confiança nelas depositada. As gruas móveis «Demag» são construídas segundo a técnica mais evoluída, sendo uma combinação perfeita do guindaste e do automóvel.

Convença-se por si próprio das possibilidades da grua móvel «Demag». Os nossos especialistas estão ao vosso dispor. Uma assistência exemplar garante a eficiência da vossa máquina.

ROMAR — UMA ORGANIZAÇÃO AO SERVIÇO DA INDUSTRIA

SOCIEDADE COMERCIAL ROMAR, LDA.

LISBOA – TRAVESSA DA GALÉ, Nº 9. TEL. 635670 / 634061 • PORTO – R. DE SÁ DA BANDEIRA, Nº 589/603. TEL. 25871/32205

C. D. U. 624.04 : 518.5

APLICAÇÃO DOS COMPUTADORES AO CÁLCULO DINÂMICO DE ESTRUTURAS (*)

por ARTUR RAVARA
Estagiário para Especialista,
Divisão de Estruturas
LNEC — Lisboa

RESUMO

Situa-se a análise dinâmica das estruturas relativamente aos vários domínios a que está ligada.

Enumeram-se os seus objectivos e referem-se as características formais dos métodos de que se dispõe para os atingir.

Realça-se a contribuição prestada pelos computadores electrónicos digitais em todos os campos da análise dinâmica, tanto ao nível de investigação como de projecto.

SYNOPSIS

The author situates dynamic analysis of structures with respect to the neighbouring fields, presents its aims, describes the formal characteristics of the methods available to attain them an l calls attention to the advantages of digital computers in all fields of dynamic analysis at both research and design levels.

1 — INTRODUÇÃO

O estudo do comportamento de estruturas actuadas por solicitações em regime dinâmico tem sofrido um desenvolvimento considerável nos últimos vinte anos, constituindo presentemente uma disciplina perfeitamente caracterizada dentro da Teoria das Estruturas.

Dentre as causas a que se deve este desenvolvimento, destacam-se as seguintes:

— o progresso dos conhecimentos nos vários campos ligados à análise dinâmica, designadamente em Estatística, Teoria das Vibrações, Sismologia, Aerodinâmica, Resistência dos Materiais e Teoria das Estruturas, permitiu reunir um conjunto de elementos necessários ao estudo dos problemas em causa;

— a evolução das estruturas torna indispensável considerar no respectivo dimensionamento solicitações cujo carácter dinâmico assume grande importância; é o caso de torres, chaminés, edifícios de grande altura e coberturas de grande vão, expostas à acção do vento e dos sismos;

— a instalação de maquinaria em instalações industriais exige o dimensionamento das estruturas sob a acção das solicitações transmitidas pelas máquinas;

— e finalmente, o recurso a meios de cálculo muito potentes, ou seja, a computadores electrónicos digitais permite presentemente a análise dinâmica de estruturas de grande complexidade.

A análise dinâmica de uma estrutura compreende as seguintes fases:

— definição da solicitação dinâmica;

— definição de um modelo matemático que represente sob os pontos de vista de deformabilidade e absorção de energia o comportamento da estrutura;

— aplicação da teoria das vibrações ao estudo do comportamento do modelo matemático.

O objectivo da análise dinâmica é a determinação dos deslocamentos, velocidades e acelerações adquiridos pelos elementos da estrutura. A partir da deformada dinâmica obtida, o cálculo dos esforços prossegue nos moldes habituais da Teoria das Estruturas.

2 — SOLICITAÇÕES EM REGIME DINÂMICO

O carácter estático ou dinâmico de uma solicitação é relativo à estrutura sobre a qual esta actua. Assim, uma dada solicitação tem carácter dinâmico em relação a uma estrutura quando as forças de inércia que se desenvolvem nesta têm valores significativos em relação às restantes forças que intervêm no equilíbrio da estrutura.

A mesma solicitação pode portanto actuar em

(*) Comunicação apresentada às II Jornadas Luso-Brasileiras de Engenharia Civil — Rio de Janeiro e S. Paulo, 1967.

regime estático ou em regime dinâmico sobre estruturas de características diferentes.

As solicitações dinâmicas podem classificar-se em determinísticas e aleatórias, conforme é conhecido o seu valor num dado instante ou apenas a respectiva distribuição estatística. As solicitações determinísticas dividem-se por sua vez em periódicas e aperiódicas [1].

2.1 — Solicitações determinísticas periódicas

Pertencem a este grupo as solicitações originadas pelo funcionamento em regime permanente de máquinas de vários tipos. A representação analítica das solicitações varia muito conforme o tipo de máquina. Assim, as máquinas rotativas de alta velocidade, tipo turbinas, alternadores, centrifugadores, motores eléctricos, caracterizados por regimes de carga sensìvelmente uniformes, dão origem a solicitações sinusoidais simples; as máquinas alternativas e certos tipos de máquinas-ferramentas produzem solicitações sinusoidais de várias frequências (fundamental e harmónicas); as máquinas de percussão, tipo martelos-pilões, saca-bocados, etc., dão origem a solicitações correspondentes a impulsos de curta duração.

2.2 — Solicitações determinísticas aperiódicas

Pertencem a este grupo as solicitações devidas ao regime transitório (arranque e paragem) de máquinas de qualquer dos tipos indicados bem como as explosões na atmosfera e a maioria das solicitações devidas ao tráfego de veículos.

Relativamente às explosões interessa distinguir as explosões na atmosfera, em que a representação analítica da onda de pressão é bem conhecida, das explosões subterrâneas, que dão origem a movimentos do solo de natureza muito complexa, semelhante à dos fenómenos sísmicos, a que se fará uma breve referência em seguida.

2.3 — Solicitações aleatórias

Estão neste grupo as solicitações devidas ao vento, sismos, certos tipos de máquinas e de tráfego.

Caracteriza-se este tipo de solicitações por meio da respectiva distribuição estatística. Relativamente ao vento e aos sismos, esta distribuição refere-se à velocidade das rajadas u (t) e às acelerações no terreno a'' (t) e admite-se que possui as seguintes características:

— é estacionária num intervalo de tempo convenientemente escolhido;
— tem uma distribuição de amplitude gausseana;
— tem um valor médio nulo no caso dos sismos e diferente de zero no caso do vento;
— a repartição de energia pelas diversas frequências, caracterizada pelo espectro de potência, tem a forma indicada na fig. 1, [1] sendo afectada pelas condições locais.

É de notar que a influência das condições locais sobre o espectro de potência é quase desconhecida no que respeita aos sismos, ao contrário do que sucede para o vento.

Na figura 1 indicam-se também valores característicos da frequência própria de vários tipos de estruturas, o que permite avaliar a importância do carácter dinâmico do vento e dos sismos sobre cada um dos tipos indicados. Assim, verifica-se que o vento só constitui uma solicitação de carácter dinâmico para estruturas de baixa frequência própria, enquanto os sismos atingem especialmente estruturas de frequências próprias mais elevadas. Fica deste modo evidenciada a relatividade do carácter estático ou dinâmico de uma solicitação.

3 — GENERALIDADES SOBRE EQUILÍBRIO DINÂMICO

A condição de equilíbrio de uma estrutura sujeita a solicitações em regime estático e dinâmico é o anulamento da resultante das solicitações actuantes em cada um dos seus elementos.

No caso de todas as solicitações aplicadas serem forças, deverá verificar-se, em cada elemento da estrutura, equilíbrio entre todas as forças actuantes, que podem ser dos seguintes tipos:

F_i — forças de inércia
F_a — forças dissipativas de atrito ou amortecimento
F_r — forças de restituição ou ligação
F_e — forças aplicadas

ou seja, deverá ser em cada elemento da estrutura:

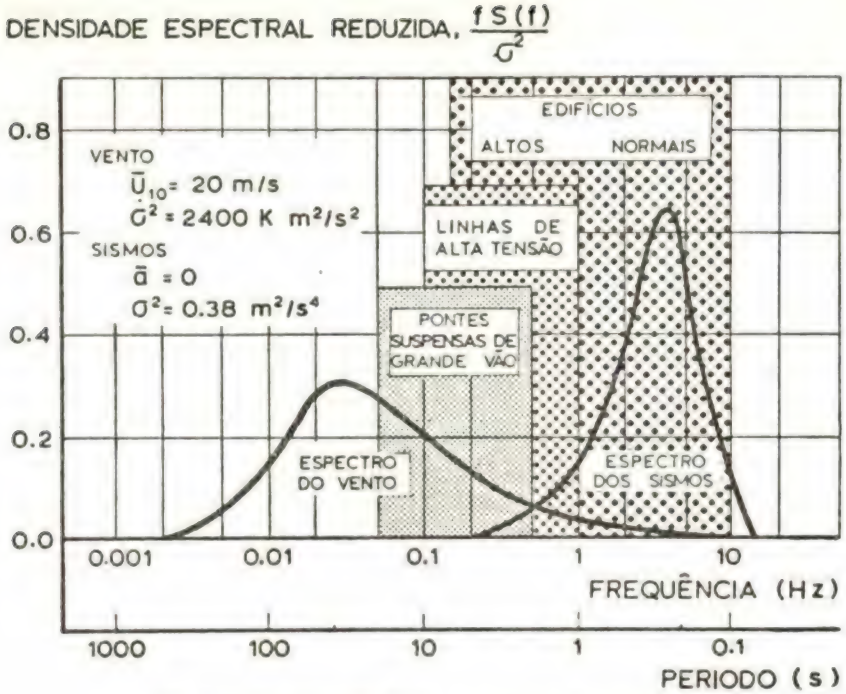


Fig. 1 — Carácter dinâmico do vento e dos sismos

$$F_i + F_a + F_r + F_e = 0 \qquad (1)$$

A equação (1) exprime o teorema de d'Alembert.

Os termos F_i e F_a dependem da aceleração e da velocidade adquiridas pelos elementos da estrutura; se forem desprezáveis, a equação (1) reduz-se a:

$$F_a + F_e = 0 \qquad (2)$$

obtendo-se uma condição de equilíbrio estático.

O número de equações que descreve o movimento de uma estrutura é o respectivo número de graus de liberdade. Uma estrutura contínua tem infinitos graus de liberdade; é usual discretizá-la, considerando a massa concentrada num número finito de pontos. Considera-se as forças aplicadas actuando ùnicamente nesses pontos, obtendo-se assim um sistema com um número finito de graus de liberdade.

O movimento oscilatório ou vibração é caracterizado por as forças de restituição contrariarem constantemente o movimento, tendendo a conduzir a estrutura a uma posição de repouso. Estas forças podem ou não ser proporcionais aos deslocamentos, dando origem a oscilações lineares ou não lineares.

O objectivo da teoria das vibrações é portanto o estudo do comportamento de osciladores lineares e não lineares, com um número finito ou infinito de graus de liberdade, sob a acção de solicitações dinâmicas de qualquer dos tipos indicados em 2.

4 — MÉTODOS GERAIS DE ANÁLISE DINÂMICA

4.1 — Oscilador linear de 1 grau de liberdade

Assim, em qualquer dos casos da fig. 2, pode supor-se a massa da estrutura, m, concentrada num ponto e estudar-se as oscilações de translacção que serão regidas por uma única equação de equilíbrio. Admitindo que o amortecimento é do tipo viscoso, ou seja, proporcional à velocidade, os termos da equação (1) tomam a forma:

$F_i = m\,\ddot{x}$

$F_d = c\,\dot{x}$

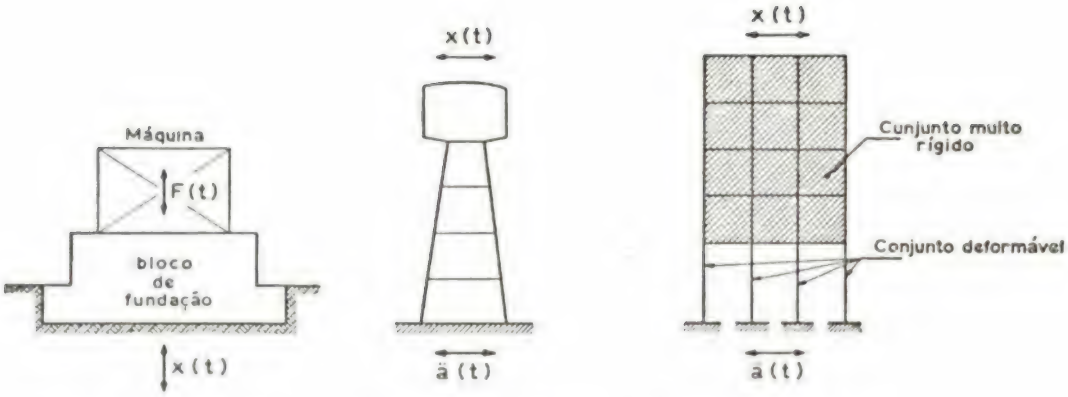
$F_r = Kx$ — em regime linear

$F_e = F(t)$ no caso (a)

$F_e = -\,m\,\ddot{a}(t)$ nos casos (b) e (c)

e a equação diferencial do movimento é

$$m\,\ddot{x} + c\,\dot{x} + Kx = F_e \qquad (3)$$



a) Translacção vertical de fundação de máquina

b) Oscilação sísmica de reservatório elevado

c) Oscilação sísmica de estrutura de edifício

Fig. 2 — Osciladores de 1 grau de liberdade

sendo:

c — coeficiente de amortecimento viscoso
K — coeficiente de rigidez ou simplesmente rigidez
x — elongação (absoluta ou relativa ao movimento do solo, conforme se tratar dos casos (a) ou (b) e (c)).

A integração da equação (3) permite, como é bem sabido, determinar a frequência própria $\omega_o = (K/m)^{1/2}$ e a resposta do oscilador, x (t), em regime livre ($F_e = 0$) e forçado ($F_e \neq 0$), sujeito à actuação de solicitações determinísticas e aleatórias de qualquer dos tipos referidos em 3. [2,3].

Os esforços que se desenvolvem na estrutura devido à oscilação são em seguida determinados considerando aplicadas as solicitações $F_r = Kx$.

Na definição da rigidez K é necessário ter em conta as eventuais alterações das características elásticas dos materiais devidas ao regime dinâmico.

Em relação a problemas em que intervenha a oscilação do solo a rigidez tem normalmente que ser determinada por via experimental [4,5].

4 2 — Oscilador linear de vários graus de liberdade

Na grande maioria dos casos, o modelo matemático mais adequado para representar o comportamento dinâmico de uma estrutura é o oscilador de vários graus de liberdade.

O critério de localização e quantificação das massas concentradas representa um problema delicado sempre que na estrutura não há de facto pontos de concentração de massas. No caso de análise dinâmica de estruturas de edifícios é corrente considerar a massa concentrada ao nível dos pisos.

De um modo geral, o número de massas concentradas que é necessário considerar para representar o sistema real é aproximadamente duplo do número de modos de vibração que contribuem de forma significativa para a resposta do oscilador.

A formulação das equações de equilíbrio no caso de osciladores lineares de vários graus de liberdade conduz a sistemas de equações diferenciais ordinárias de 2.ª ordem. A integração destes sistemas faz-se directamente ou decompondo-os em equações independentes por conveniente mudança de coordenadas. Em qualquer dos casos, a escrita das equações é muito simplificada recorrendo à representação matricial. E assim, na prática corrente, os problemas de análise dinâmica de estruturas com um número finito de graus de liberdade são analisados por um dos três métodos seguintes:

4.2.1 — Integração directa de sistemas de equações diferenciais

Em problemas formulados através de um pequeno número de equações torna-se simples a respectiva integração directa. É este por exemplo o caso de oscilações lineares e de translacção do bloco de fundação, suposto assente sobre um meio elástico, indicado na fig. 3.

O movimento do bloco é constituído por uma translacção $x(t)$ e por uma rotação $\Theta(t)$. O modelo matemático que o representa é portanto

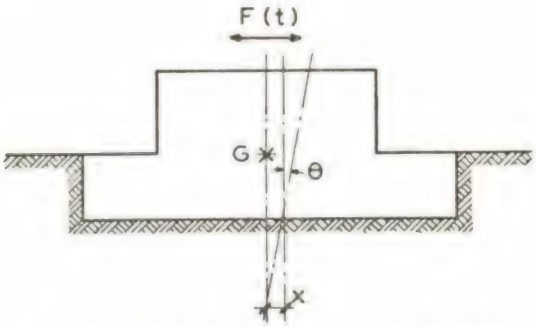


Fig. 3 — Oscilador de dois graus de liberdade

um oscilador com dois graus de liberdade, cujas equações são da forma

$$\begin{aligned} m\,\ddot{x} + F_a + F_r &= F \\ I\,\ddot{\Theta} + N &= 0 \end{aligned} \qquad (4)$$

sendo a segunda equação relativa à oscilação angular.

A integração do sistema (4) permite obter as frequências próprias e modos de vibração do oscilador, bem como a resposta no tempo, $x(t)$ e $\theta(t)$. Em problemas deste tipo as solicitações aplicadas são geralmente determinísticas, de forma simples, pelo que o número de cálculos a efectuar é reduzido.

4.2.2 — Análise modal

Este método é sem dúvida o mais potente e versátil em análise dinâmica pois permite o tratamento sistemático de qualquer tipo de oscilador linear sujeito a qualquer tipo de solicitação. Em linhas gerais consiste no seguinte [6, 7]:

Seja a estrutura indicada na fig. 4, sujeita à actuação de forças horizontais em regime dinâmico. Considera-se a massa concentrada ao nível dos pisos e pretende estudar-se as oscilações de translacção horizontal $x(t)$.

A estrutura é redutível ao oscilador de 3 graus de liberdade indicado na fig. 4.

As equações de equilíbrio, dada a linearidade do sistema, podem escrever-se sob a forma

$$m_i\,\ddot{x}_i + \sum_{j=1}^{3} C^{ij}\,\dot{x}_j + \sum_{i=i}^{3} K_{ij}\,x_j = F_i \quad i, j = 1, 2, 3 \qquad (5)$$

ou, adoptando a representação matricial:

$$[m]\,\{\ddot{x}\} + [C]\,\{\dot{x}\} + [K]\,\{x\} = \{F\} \qquad (6)$$

As eq. (6) são válidas para osciladores de n graus de liberdade, sendo:

[m] — matriz das massas, diagonal, de ordem n.
[C] — matriz de amortecimento, suposto de tipo viscoso.
[K] — matriz de rigidez

As frequências ω e os modos de vibração $\{\phi\}$ do oscilador correspondem aos valores próprios

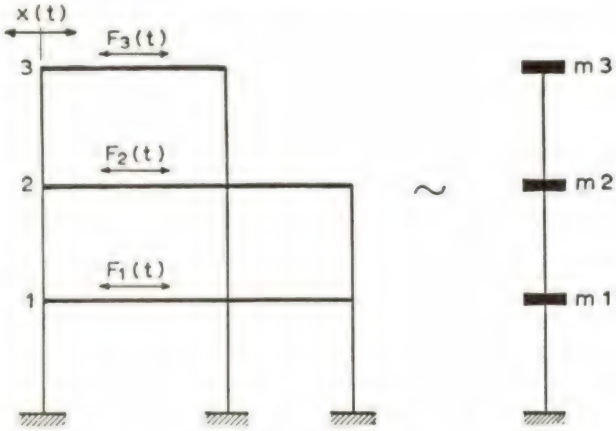


Fig. 4 — Oscilador de 3 graus de liberdade

e vectores próprios da matriz $[m^{-1}K]$, ou seja:

$\omega^2 \equiv$ valores próprios de $[m^{-1}K]$ dados por $|K - \omega^2 m| = 0$

$\{\phi\} \equiv$ vectores próprios de $[m^{-1}K]$

É corrente calcular ω e $\{\phi\}$ a partir não da matriz rigidez [K] mas da matriz de deformabilidade $[\Delta]$ sendo

$$[\Delta] = [K]^{-1}$$

e:

$1/\omega^2 \equiv$ valores próprios de $[\Delta\, m]$

$\{\phi\} \equiv$ vectores próprios de $[\Delta\, m]$

Para o estudo da oscilação em regime forçado adopta-se a transformação linear de coordenadas $x \rightarrow \varepsilon$ definida por

$$\{x\} = [\phi]\,\{\varepsilon\}$$

e dada a ortogonalidade dos modos de vibração (vectores próprios de matriz simétrica real) o sis-

tema de equação (6) transforma-se em n equações independentes, da forma

$$\ddot{\varepsilon}_i + 2\,\eta_i\,\omega_i\,\dot{\varepsilon}_i + \omega_i^2\,\varepsilon_i = \frac{\{\phi_i\}^T\,\{F\}}{\{\phi_i\}^T\,[m]\,\{\phi_i\}} \quad i=1, 2 \ldots n \qquad (7)$$

Cada equação refere-se a um modo de vibração. η_i designa o amortecimento relativo do modo i. Admite-se que [C] é diagonalizada pela transformação que diagonaliza [K], para o que deve ser [8]:

$$[C] = \alpha\,[m] + \beta\,[K]$$

Designa-se por massa generalizada M_i e por factor de participação R_i relativos ao modo i os valores:

$$M_i = \{\phi_i\}^T\,[m]\,\{\phi_i\}$$
$$R_i = \{\phi_i\}^T\,\{F\}$$

A integração das equações (7) conduz aos valores de ε_i (t), a partir dos quais se calcula sucessivamente:

$$\{x\} = [\phi]\,\{\varepsilon\}$$
$$\{F\} = [K]\,\{x\} \qquad (8)$$

obtendo-se os deslocamentos e as forças de restituição. A partir dos respectivos valores máximos calculam-se os esforços na estrutura.

A determinação das séries cronológicas ε (t), x (t), F (t) representa um grande volume de cálculo e dos resultados obtidos só se utilizam os valores máximos, visto serem os que conduzem a maiores esforços na estrutura.

Como por outro lado nem todos os modos contribuem de forma significativa para o movimento, é usual determinar apenas os valores máximos das amplitudes e forças em cada modo, sobrepondo os resultados através de critérios de base estatística. Este processo é particularmente empregado para solicitações aleatórias, especialmente em Engenharia Sísmica [9].

Se as solicitações aplicadas F (t) forem sinusoidais de frequência ω e se puder desprezar a influência do amortecimento, as eq. (6) tomam a forma

$$[m]\,\{x''\} + [K]\,\{x\} = \{F\}\ \text{sen}\ \omega\,t \qquad (9)$$

e sendo

$$\{x\} = \{A\}\ \text{sen}\ \omega\,t$$

obtém-se fàcilmente

$$\{A\} = [K - \omega^2\,m]^{-1}\,\{F\}$$

Este caso é muito corrente em estruturas cujas fundações são actuadas por um regime de acelerações sinusoidais $\ddot{a}$ sen ω t, devidas ao funcionamento de máquinas instaladas nas proximidades. É então

$$\{F\} = -\,a''\,\{m\}\ \text{sen}\ \omega\,t$$

4.2.3. — Matrizes de transferência

O conceito de matriz de transferência baseia-se nos trabalhos de Holzer [10], Myklestad e Thomson [11 e 12] sobre análise de vibrações em vigas sujeitas a torção e flexão. Em linhas gerais, o método de Holzer consiste no seguinte:

Seja um troço de veio cilíndrico com massas concentradas em vários pontos, conforme se indica na fig. 5.

A rigidez de cada tramo de veio compreendido entre duas massas consecutivas é constante, podendo variar de tramo para tramo.

Se o veio estiver sujeito a oscilações de torção de frequência ω, a condição de equilíbrio da massa i será

$$\mathcal{M}_{i+1} - \mathcal{M}_i + I\,\theta_i\,\omega^2 = 0 \qquad (10)$$

em que:

$\mathcal{M}$ — momento de torção
I — momento de inércia polar da massa i
θ_i — deslocamento angular da massa i

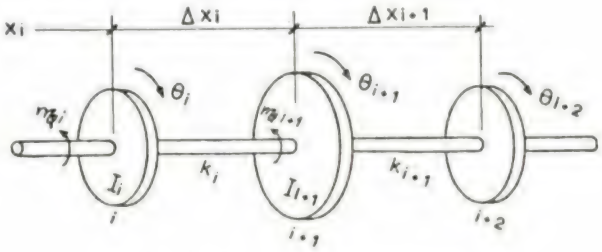


Fig. 5 — Veio cilíndrico não uniforme

Sendo K a rigidez de torção em cada troço de veio será também:

$$\Theta_{i+1} - \Theta_i = \frac{\mathcal{M}_{i+1}}{K_i} \qquad (11)$$

As equações (10) e (11) podem escrever-se sob a forma:

$$\mathcal{M}_{i+1} = \mathcal{M}_i - \omega^2\,I_i\,\Theta_i$$
$$\Theta_{i+1} = \Theta_i + \frac{\mathcal{M}_{i+1}}{K_i} \qquad (12)$$

Se o veio tiver n massas concentradas, constituindo um oscilador de n graus de liberdade, a partir das respectivas condições de ligação ao exterior, ou seja, dos valores de $\mathcal{M}_1$, Θ_1 $\mathcal{M}_n$ e Θ_n é possível, por iterações sucessivas, determinar os valores de ω e Θ_i, ou seja, as frequências próprias e modos de vibração. O método é também aplicável ao estudo de oscilações forçadas sinusoidais desde que as solicitações aplicadas intervenham nas equações (12).

As equações (12) podem ser escritas na forma matricial:

$$\begin{Bmatrix} \Theta \\ \mathcal{M} \end{Bmatrix}_{i+1} = \begin{bmatrix} \left(1 - \dfrac{\omega^2 I_i}{K_i}\right) & \dfrac{1}{K_i} \\ -\omega^2 I_i & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Theta \\ \mathcal{M} \end{Bmatrix}_i \quad (13)$$

ou abreviadamente

$$\{Z\}_{i+1} = [u]_i \{Z\}_i \quad (14)$$

As matrizes coluna [z] chamam-se *vectores de estado* porque descrevem os esforços e as deformações em cada elemento da estrutura. $[u]_i$ é a *matriz de transferência* do elemento i e os seus elementos dependem das características da estrutura e da frequência de vibração.

Os vectores de estado em dois elementos quaisquer de uma estrutura podem ser relacionados através das matrizes de transferência intermédias, visto ser:

$$\{Z\}_2 = [u]_1 \{Z\}_1$$

$$\{Z\}_3 = [u]_2 \{Z\}_2 = [u]_2 [u]_1 \{Z\}_1$$

$$\{Z\}_n = [u]_{n-1} [u]_{n-2} \ldots [u]_2 [u_1] \{Z\}_1 = [P] \{Z\}_1$$

Os elementos de $\{Z\}$ e [u] dependem do problema em causa.

Myklestad e Thompson [11 e 12] desenvolveram um método análogo ao de Holzer para estudar a flexão, do qual deriva o conceito de matriz de transferência aplicado à flexão.

O desenvolvimento do método das matrizes de transferência e a sua aplicação a um número muito variado de problemas deve-se a Pestel e Leckie [13], que tabelaram as matrizes de transferência para um grande número de estruturas, o que permite a aplicação expedita do método na determinação de frequências próprias e modo de vibração e em problemas de oscilação forçada devida a solicitações sinusoidais.

4.3 — Oscilador linear com infinitos graus de liberdade

O grau de aproximação dos métodos expostos depende do número de pontos em que se supõe concentrada a massa da estrutura. Se esta na realidade não apresentar pontos de concentração de massa, a discretização pode conduzir a um sistema cuja análise exija um volume de cálculo excessivo. E assim, torna-se em certos casos mais prático abordar o problema considerando o oscilador com uma distribuição contínua de massa e elasticidade, ou seja, com um número infinito de graus de liberdade.

As condições de equilíbrio são expressas neste caso por equações diferenciais de ordem igual ou superior a 2 que integradas definem as características dinâmicas e a resposta da estrutura.

A título de exemplo, considere-se o problema da oscilação de flexão de uma viga conforme se indica na fig. 6:

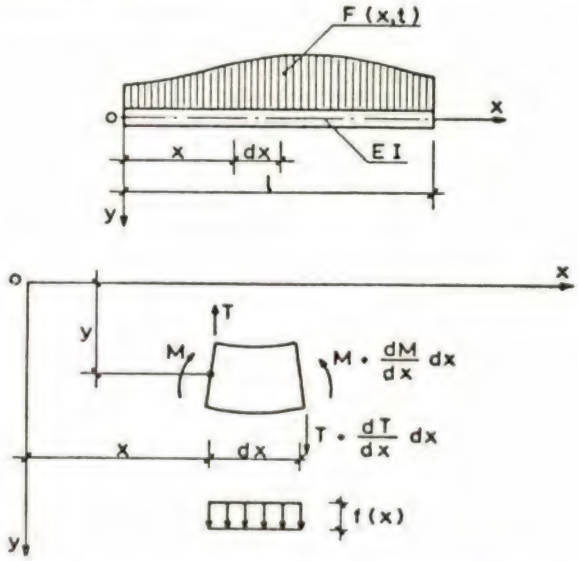


Fig. 6 - Vibração de uma viga sujeita a flexão

Sendo

$$EI \frac{d^2 y}{dx^2} = -M; \; EI \frac{d^3 y}{dx^3} = -T; \; EI \frac{d^4 y}{dx^4} = -\frac{dT}{dx} = F_r$$

em que F_r é a intensidade da força de restituição,

a condição de equilíbrio dinâmico será, desprezando o amortecimento:

$$A\gamma \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = F(x, t) \qquad (15)$$

em que:

A — área da secção transversal
γ — massa específica

Obtém-se assim uma equação diferencial de 4.ª ordem cuja integração, entrando com as condições aos limites, relativas às ligações da viga ao exterior, permite obter as frequências próprias, modos de vibração e a resposta da estrutura, y (x, t).

Se a solicitação aplicada ou a distribuição de massa e elasticidade apresentam descontinuidades é necessário introduzir condições aos limites adicionais que tornam o cálculo muito trabalhoso. Por este motivo os métodos baseados na teoria das vibrações de sistemas contínuos são normalmente utilizados na análise dinâmica de estruturas em que não há variações bruscas de características.

Dentro destes métodos merece referência especial o método desenvolvido por Kolousek [14] para a análise de estruturas recticuladas e arcos, sob acção de solicitações sinusoidais ou decomponíveis nestas.

O método de Kolousek é formalmente análogo ao método dos deslocamentos utilizado em análise estática. Assim, Kolousek deduziu e tabelou as fórmulas que dão os elementos da matriz rigidez de barras sujeitas a deslocamentos sinusoidais aplicados nas extremidades; procedeu de igual modo em relação aos esforços desenvolvidos nas extremidades de barras sujeitas a solicitações sinusoidais concentradas e distribuídas. A partir destes elementos o cálculo da deformada em regime dinâmico e dos esforços correspondentes processa-se tal como no método dos deslocamentos.

O método de Kolousek permite considerar amortecimento de tipo viscoso, recorrendo neste caso a funções de variável complexa, técnica que aliás também é adoptada no método das matrizes de transferência.

É de notar finalmente que a aplicação do método dos deslocamentos em análise dinâmica pode ser feita através de processos iterativos [15], análogos aos utilizados nos métodos de Cross e de Kani.

4.4 — Comportamento em regime não linear

É no campo da Engenharia Sísmica que a análise dinâmica de estruturas em regime não linear apresenta maior interesse prático, visto que um sismo de forte intensidade produz nas estruturas correntes de edifícios oscilações de amplitude superior aos máximos admissíveis em regime elástico.

As características de não linearidade de uma estrutura são expressas através do respectivo diagrama forças-deslocamentos. Indicam-se na fig. 7 alguns dos diagramas adoptados para estruturas metálicas e de betão armado. Os dois primeiros são os mais correntes.

As condições de equilíbrio são agora expressas por sistemas de equações diferenciais não lineares e o método geralmente empregado para a sua resolução é a integração «passo a passo», que em linhas gerais consiste no seguinte:

- decompor a solicitação aplicada em impulsos de pequena duração;
- considerar que durante a actuação de cada impulso a estrutura se comporta em regime linear;
- a partir das condições iniciais do movimento calcular o acréscimo de amplitude, velocidade e aceleração nos elementos da estrutura devidos ao primeiro impulso;
- adicionar os valores obtidos aos iniciais;
- considerar a característica de restituição correspondente aos valores obtidos;
- calcular novamente os acréscimos de amplitude, velocidade e aceleração devidos ao impulso seguinte;
- proceder assim sucessivamente para construir as séries cronológicas dos valores da amplitude, velocidade e aceleração que descrevem o comportamento dinâmico da estrutura.

A formulação matricial continua a estar indicada neste tipo de problemas, desde que se considerem as alterações da matriz rigidez devidas ao comportamento não linear [18, 19].

De entre os métodos específicos para o estudo de osciladores não lineares destacam-se dois:

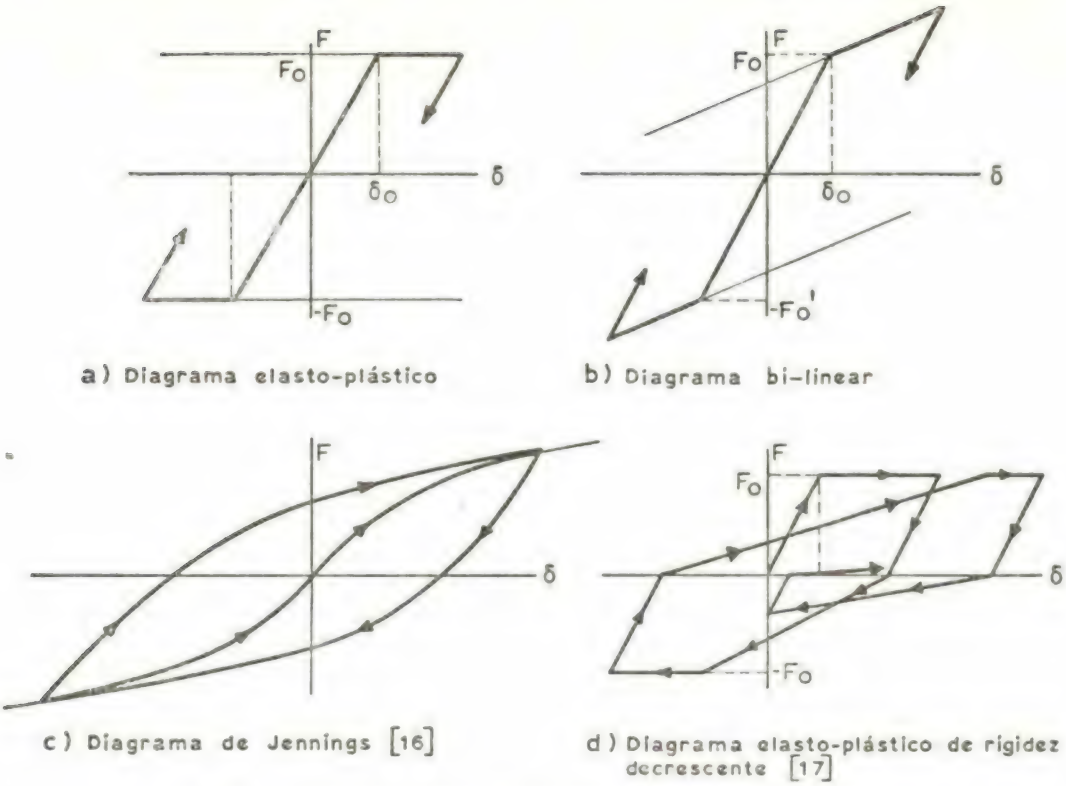


Fig. 7 — Diagramas forças-deslocamentos em regime não-linear

— método gráfico do plano de fase [2], aplicável a osciladores de um grau de liberdade sob a acção de solicitações determinísticas, especialmente indicado para o estudo de oscilações em regime livre;
— método de Ritz [20], analítico, baseado no cálculo variacional, aplicável a osciladores não lineares de um ou vários graus de liberdade [21], em regime forçado.

5 — APLICAÇÃO DOS COMPUTADORES AO CÁLCULO DINÂMICO

A aplicação numérica dos métodos da teoria das vibrações a estruturas complexas representa um volume de cálculo que só o advento dos computadores electrónicos tornou praticável. Assim se compreende que o desenvolvimento da análise dinâmica de estruturas esteja intimamente associado ao desenvolvimento dos computadores e que se tenham explorado principalmente os métodos de formulação simples que envolvam grande número de operações de carácter repetitivo.

Deste modo, na análise dinâmica de estruturas em regime linear adopta-se geralmente o método da análise modal para osciladores com n graus de liberdade, o que implica a realização dos seguintes tipos de cálculo:

— deformações devidas a forças unitárias, para determinação da matriz de deformabilidade $[\Delta]$;
— inversão da matriz de deformabilidade, para cálculo da matriz rigidez, $[K]$;
— valores próprios e vectores próprios de $[m^{-1} K]$ ou $[\Delta\ m]$, sendo $[m]$ a matriz das massas, supostas concentradas em n pontos, para determinação das frequências próprias e modos de vibração;
— factores de participação e massa generalizada em cada modo;
— integração de equações diferenciais lineares de 2.ª ordem;
— operações sobre matrizes e vectores.

Todas as operações descritas correspondem a problemas correntes, para os quais existem programas nas bibliotecas do Centro de Cálculo, excepto a determinação da matriz $[\Delta]$ que constitui um problema básico em Teoria de Estruturas.

Pode assim afirmar-se que é actualmente possível efectuar a análise dinâmica de qualquer estrutura desde que se saiba determinar a respectiva matriz de deformabilidade, ou seja, desde que se saiba analisá-la em regime estático. Esta asserção mostra bem a interdependência entre os dois tipos de análise estrutural e é fàcilmente verificada através da leitura dos trabalhos apresentados em reuniões internacionais sobre cálculo automático de estruturas [22 a 28].

Como exemplo de aplicações recentes do método de análise modal refere-se o cálculo sísmico de barragens abóbada, em que a determinação da matriz deformabilidade foi feita por via analítica [29, 30] e experimental [31], de barragens de terra [32] e de estruturas de edifícios de painéis préfabricados [33].

Indica-se na fig. 8 os valores das frequências próprias e modos de vibração de um edifício de 6 pisos daquele tipo, considerando-o encastrado e assente sobre um meio elástico.

No que diz respeito à análise dinâmica de estruturas em regime não linear, a aplicação dos métodos de integração «passo a passo» para o estudo do comportamento de osciladores de um e vários graus de liberdade conduz a um volume de cálculo muito superior ao do estudo do comportamento em regime linear, pelo que se torna imprescindível o emprego de computadores,

De entre os vários campos de análise dinâmica de estruturas em que o cálculo automático tem desempenhado um papel importante, salienta-se o da Engenharia Sísmica, cujo enorme progresso na última década se deve em grande parte ao desenvolvimento dos computadores. Basta folhear as actas das Conferências Mundiais de Engenharia Sísmica para verificar que a realização da maioria dos trabalhos apresentados não teria sido possível sem o concurso de computadores, digitais ou analógicos [34, 35, 36].

Apresenta-se na fig. 9 o diagrama deslocamentos-tempo de dois osciladores bi-lineares de um grau de liberdade com amortecimento viscoso, sujeito à acção de um sismo de forte intensidade (componente NS do sismo de El Centro, Califórnia, de 18 de Maio de 1940). A integração passo-a-passo foi realizada no computador Elliott 803-B com que está equipado o Centro de Cálculo do LNEC.

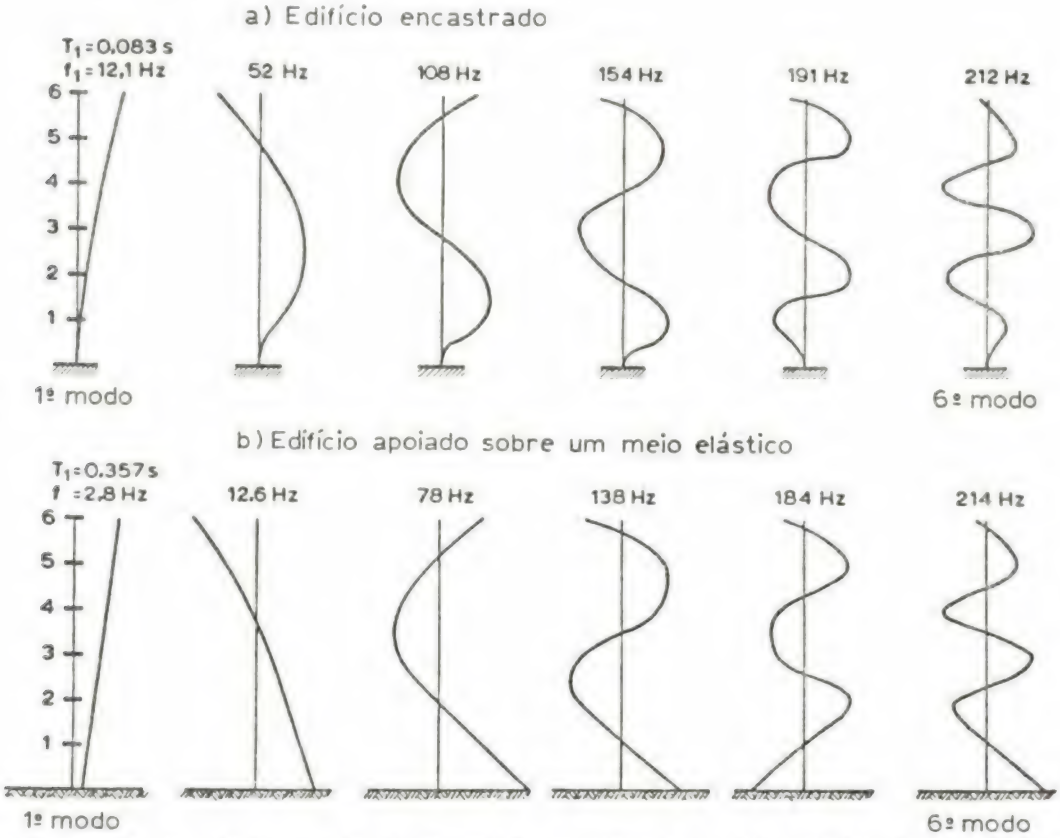


Fig. 8 — Frequências próprias e modos de vibração de um edifício de painéis préfabricados de 6 pisos [33]

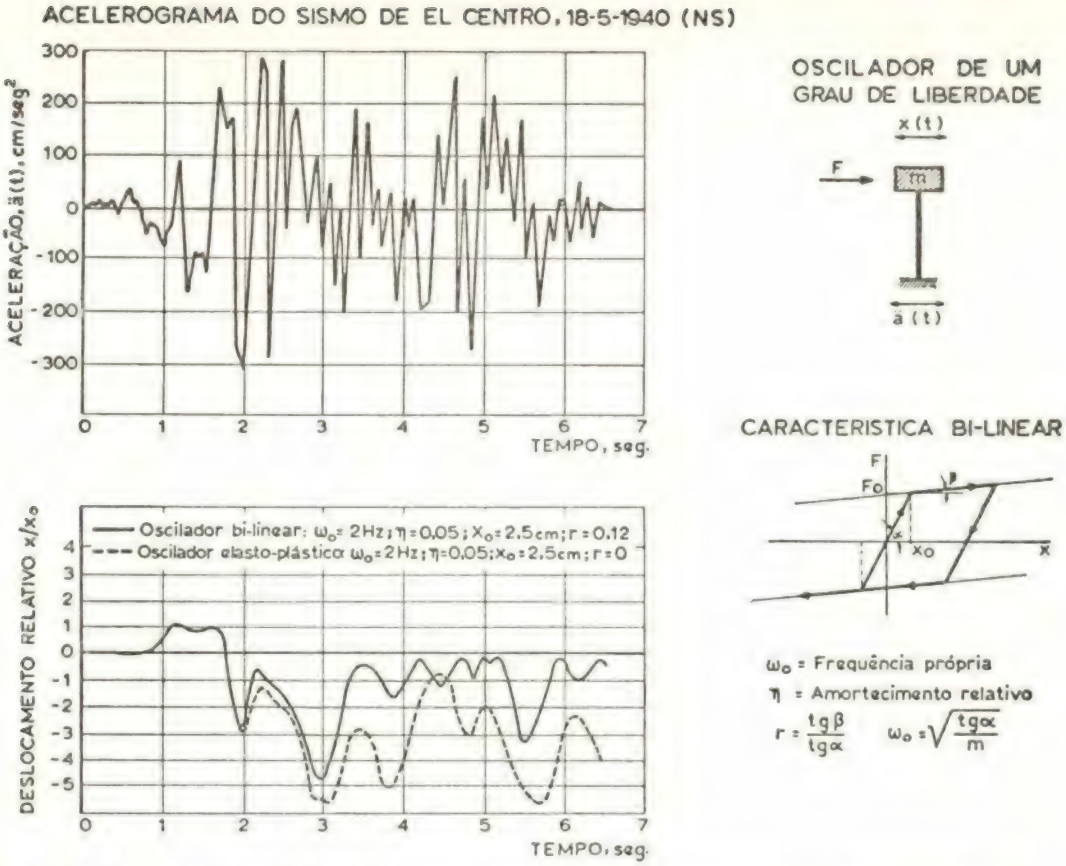


Fig. 9 — Resposta de osciladores bi-lineares sujeitos à acção do sismo de El Centro de 1940 (NS)

6 — CONCLUSÕES

A análise de estruturas actuadas por solicitações em regime dinâmico sofreu nos últimos vinte anos um desenvolvimento considerável devido ao progresso dos conhecimentos nos vários domínios a que está ligada.

A formulação dos vários métodos de que dispõe é em geral muito simplificada quando se adopta a representação matricial.

O desenvolvimento dos computadores electrónicos exerce uma influência dupla sobre a análise dinâmica de estruturas; por um lado torna viável a aplicação numérica dos métodos gerais da Teoria das Vibrações, permitindo resolver problemas de dimensionamento; por outro lado impulsiona a investigação dos vários campos em que a análise dinâmica se pratica, particularmente dentro da Engenharia Sísmica.

BIBLIOGRAFIA

1 — Ferry Borges, J. — Dynamic loads. Introductory Report, VIII Congress, I.A.B.S.E., New York, 1968.

2 — Jacobsen, L.; Ayre, R. — Engineering vibrations. Mc Graw-Hill Inc., 1958.

3 — Crandall, S.-Random vibration. John Wiley and Sons, 1958.

4 — Barkan, D. — Dynamics of bases and foundations. Mc Graw-Hill Inc., 1962.

5 — Symposium on vibration in civil engineerin, London, 1965, Butterworths, 1966.

6 — Lord Rayleigh — The theory of sound. 1.ª ed. 1877. Republicado por Dover Publications, Inc., New York, 1945.

7 — Hurty, W.; Rubistein, M. — Dynamic of structures. Inc. 1964.

8 — Caughey, T. — Classical normal modes in damped linear systems. Journal of Applied Mechanics, vol. 27, pg 266-271, 1960.

9 — Merchant, H. — Mode superposition methods applied to linear mechanical systems under earthquake type excitation. C. I. T., California, 1961.

10 — Holzer, H. — Die Berechnung der Drehschwingungen. Springerverlag, Berlin, 1921.

11 — Myklestad, N. O. — New method of calculating natural modes of coupled bending-torsion vibration of beams. Trans. ASME, vol. 67, pg. 61-67. 1945.

12 — Thomson, W. T. — Matrix solution for the vibration of nonuniform beams. Journal App. Mech., vol. 17, no. 3, 1950.

13 — Pestel, F. C.; Leckie, F. A. — Matrix methods in elasto-mechanics. Mc Graw-Hill Inc., 1963.

14 — Kolousek, V. — Calcul des efforts dynamiques dans les ossatures rigides. Dunod, 1960.

15 — Rogers, G. — Dynamics of framed structures. John Willey and Sons, 1959.

16 — Jennings, P. — Response of simple yielding structures to earthquake excitation. C.I.T., California, 1963.

17 — Clough, R.; Johnston, S. — Effect of stiffness degradation on earthquake ductility requirements. Japan earthquake engineering symposium, 1966.

18 — Clough, R.; Wilson, E. — Dynamic response by step-by-sep matrix analysis. Simpósio sobre a aplicação de computadores em Engenharia Civil, LNEC, Lisboa, 1962.

19 — Clough, R.; Benuska, M. — Non-linear earthquake behaviour of tall buildings. ASCE structural engineering conference, Miami, Florida, 1966.

20 — Ritz, W. — Gesammelte Werke, Gauthier-Villars, Paris, 1911.

21 — Klotter, K. — Non-linear vibration problems treated by the averaging method of W. Ritz. Proc. first U. S. Nat. Cong. Appl. Mechanics, 1951, p. 129

22 — 1st Conference on electronic computation. ASCE, Kansas City, 1958.

23 — 2nd Conference on electronic computation. ASCE, Pittsburgh, 1960.

24 — Simpósio sobre a aplicação de computadores em engenharia civil. LNEC, Lisboa, 1962.

25 — 3rd Conference on electronic computation. ASCE, Boulder, 1963.

26 — ASCE, Strutural engineering conference. Miami, 1966.

27 — Symposium on the use of computers in structural engineering. University of Newcastle, Newcastle 1966.

28 — 4th Conference on electronic computation. ASCE, Denver, 1966.

29 — Laginha Serafim, J., Pedro, J. O. — Seismic study of arch dams. Journal of the structural division, ASCE, Ap., 1965.

30 — Laginha Serafim, J.; Pedro, J. O. — Estudo sísmico de barragens abóbada pela análise dos seus principais modos de vibração. Revista de Obras Públicas, Madrid, Junho de 1964.

31 — Borges, J. F.; Pereira, J.; Ravara, A.; Pedro J. — Seismic studies on concrete dam models. Symposium on concrete dam models, LENC, Lisboa, 1964.

32 — Clough, R.; Chopra, A. — Earthquake stress analysis in earth dams. University of California, Berkeley, Juiy, 1965.

33 — Ravara, A. — Esforços sísmicos em edifícios de painéis. LNEC, 1965.

34 — II Conferência Mundial de Engenharia Sísmica. Tóquio, 1960.

35 — III Conferência Mundial de Engenharia Sísmica. Nova Zelândia, 1965.

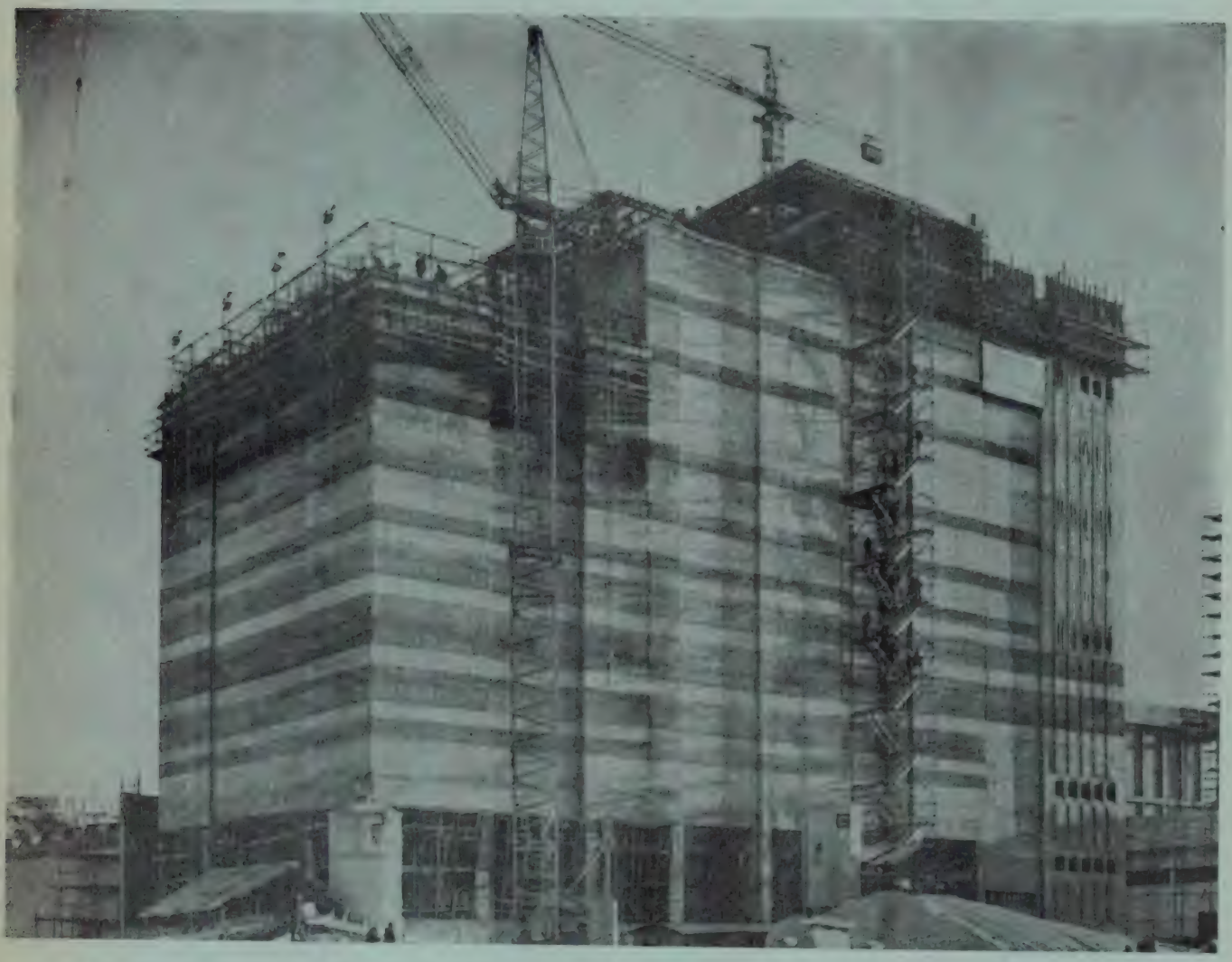
36 — Non linear response to strong earthquake and its application to dynamic design. SERAC reports no. 1 to 6, University of Tokyo, Japan.

CONSTRUÇÕES TÉCNICAS, LDA.

PRAÇA DO MUNICÍPIO, 13-3.º — LISBOA 2 • TEL. 36 65 06

SONDAGENS • FUNDAÇÕES
TRABALHOS MARÍTIMOS
PONTES E ESTRUTURAS

SOCIEDADE CENTRAL DE CERVEJAS



Silo para 20 000 t de cereal, na nova fábrica de cerveja em Vialonga, executado com moldes deslizantes

Execução de CONSTRUÇÕES TÉCNICAS, LDA.

DESPOEIRAGEM

FILTROS TECIDOS EM PEÇAS, PANOS, SACOS, MANGAS

DE QUALQUER FIBRA NATURAL OU SINTÉTICA

FANAFEL

FÁBRICA NACIONAL DE FELTROS INDUSTRIAIS
SOCIEDADE LIMITADA

APART.: 9
TELEF.: 52093–52094
TELEG.: FELTROS

OVAR
PORTUGAL

ESCRITÓRIO E FÁBRICA
ESTRADA DE S. JOÃO

Empresa Ultramarina de Sondagens e Fundações, L.da

(SONDADORA)

SONDAGENS geológicas e geotécnicas — CAPTAÇÕES de águas subterrâneas — REBAIXAMENTOS do nível freático — CONSOLIDAÇÕES E ESTABILIZAÇÃO do solo — INJECÇÕES DE CIMENTO e outros produtos — INFRAESTRUTURAS de barragens, túneis e pontes — FUNDAÇÕES de todos os tipos

Única Empresa da especialidade com sede no Ultramar Português

DELEGAÇÃO - LISBOA
R.S.Pedro de Alcântara, 1
Tel. 32 46 93 e 21 32 56

SEDE - LUANDA
Rua Serpa Pinto, 60
C.P.2178 - Tel.4226

MOÇAMBIQUE
L.Marques - C.P.982 - Tel.741121
Beira - C.P. 1002 - Tel. 71497

C. D. U. 621.391

DISTÂNCIA MÍNIMA NOS CÓDIGOS DE BOSE-CHAUDHURI--HOCQUENGHEM. MÉTODO PARA A DETERMINAÇÃO DE UM LIMIAR

por ALEXANDRE G. CERVEIRA
Assist. C.E.E. da C.E.E.N. do I.A.C.
Assistente do I.S.T.

RESUMO

Expõe-se a teoria que determina um método expedito para a determinação de um limiar para a distância mínima nos códigos de Bose-Chaudhuri. Utiliza-se para tanto um polinómio $g_a(X)$ cujo grau determina directamente o limiar da distância mínima. Apresenta-se a terminar um exemplo para se julgar da utilidade do método.

SYNOPSIS

In this paper we present the theory used in a method for the determination of minimum distance bounds for Bose-Chaudhuri codes. We define a polynomial $g_a(X)$ the degree of which is directly related to a minimum distance bound. At the end the presentation of an example shows the possibilities of the method.

Introdução

Seja n um número natural ímpar superior à unidade e seja V um espaço vectorial linear com elementos

$$v = (v_0, v_1 \ldots, v_{n-}) \qquad (1)$$

que são vectores baseados no corpo de Galois GF (2). Define-se adição de vectores em V, sendo o vector soma o vector cujas componentes são a soma, em GF (2), das componentes dos vectores parcelas.

Pode-se considerar qualquer código binário, A em que a dimensão das palavras é igual a n, como um sub-espaço de V:

$$A \subset V$$

Consideremos a_1 uma palavra qualquer do código A e se $a_1 = (a_0, a_1, \ldots, a_{n-1})$ implicar que $a_2 = (a_{n-1}, a_0, \ldots, a_{n-2})$ também é uma palavra do mesmo código A, então este código é um código cíclico.

É nos códigos de Bose-Chaudhuri, que são códigos cíclicos que se aplica a teoria exposta neste artigo.

Vamos então considerar uma série de resultados, com os quais seja possível um método expedito para a determinação do limiar da distância mínima ou distância de Hamming nos códigos de Bose-Chaudhuri.

Lema 1 :

Consideremos uma sequência em GF (2) $a_0, a_1, \ldots, a_{n-1}$ obtida a partir dos valores iniciais $a_0, a_1, \ldots a_{k-1}$ e utilizando a fórmula de recorrência (ou equação às diferenças)

$$a_{k+i} + b_1 a_{k+i-1} + \ldots + b_k a_i = 0 \qquad (2)$$

em que $i = 0, 1, \ldots, (n-k-1)$ e os coeficientes b_i são elementos de GF (2). Se o polinómio

$$f(X) = X^k + b_1 X^{k-1} + \ldots + b_k \qquad (3)$$

não tiver raízes múltiplas e dividir $(1 + X^n)$ então existem elementos unìvocamente determinados num corpo de extensão K tais que

$$a_i = c_1 W_1^i + c_2 W_2^i + \ldots + c_k W_k^i \qquad (4)$$

em que $W_1, W_2, \ldots, W_k$ são as raízes de f (X).

Demonstração :

Se $a_i = \sum_{\theta=1}^{k} c_\theta W_\theta^i$, então substituindo na fórmula de recorrência (2) vem

$$\sum_{\theta=1}^{k} c_\theta W_\theta^{k+i} + b_1 \sum_{\theta=1}^{k} c_\theta W_\theta^{k+i-1} + \ldots$$

$$+ b_k \sum_{\theta=1}^{k} c_\theta W_\theta^i = 0$$

$$\sum_{\theta=1}^{k} c_\theta W^{\theta i} (W_\theta^k + b_1 W_\theta^{k-1} +$$

$$+ \ldots + b_k) = 0 \qquad (5)$$

Logo é necessário que

$$W_\theta^k + b_1 W_\theta^{k-1} + \ldots + b_k = 0$$

para qualquer $\theta = 1, 2, \ldots, k$, isto é, $W_1, W_2 \ldots, W_k$ são raízes do polinómio $f(X) = X^k + b_1 X^{k-1} + \ldots + b_k$ e sendo em número de k, são todas as raízes.

Como quaisquer k equações se podem utilizar para a determinação dos c_i's, vamos usar

$$a_i = c_1 W_1^i + c_2 W_2^i + \ldots + c_k W_k^i \qquad (6)$$

com $i = 0, 1, 2, \ldots, (k-1)$. Na solução do sistema assim obtido recorre-se ao seguinte determinante

$$\begin{vmatrix} W_1^0 & W_2^0 & W_3^0 & \ldots & W_k^0 \\ W_1^1 & W_2^1 & W_3^1 & \ldots & W_k^1 \\ W_1^2 & W_2^2 & W_3^2 & \ldots & W_k^2 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ W_1^{k-1} & W_2^{k-1} & W_3^{k-1} & \ldots & W_k^{k-1} \end{vmatrix} \qquad (7)$$

O determinante acima é um determinante de Van der Monde. Se os valores $W_1, W_2, W_3, \ldots, W_k$, que são as raízes de $f(X)$, forem distintos o determinante de Van der Monde não é nulo e portanto os c_i's obtêm-se por uma transformação linear não-singular a partir de quaisquer k a_j's, isto é, unìvocamente. QED.

Lema 2:

O sub-espaço A do espaço vectorial V definido através da fórmula de recorrência

$$A = \{ \mathbf{a} : \mathbf{a} = (a_0, a_1, \ldots, a_{n-1}),$$
$$a_{i+k} + b_1 a_{i+k-1} + \ldots + b_k a_i = 0$$

para $i = 0, 1, \ldots (n-k-1) \}$

é um código cíclico, cujo polinómio gerador é $g(X) = (1 + X^n) / f(X)$.

Demonstração:

Demonstremos em primeiro lugar que o código é cíclico.

Os W são todos raízes de índice n da unidade pelo facto de $1 + X^n$ ser múltiplo de $f(X)$ e portanto $W^n = 1$.

Logo utilizando a expressão (3)

$$a_{n+j} = \sum_{\theta=1}^{k} c_\theta W_\theta^{n+j} = \sum_{\theta=1}^{k} c_\theta W_\theta^j W_\theta^n =$$
$$= \sum_{\theta=1}^{k} c_\theta W_\theta^j = a_j \qquad (8)$$

Verificámos que $a_{n+j} = a_j$ isto é, os símbolos repetem-se cìclicamente com período n.

Vamos agora mostrar que o polinómio gerador é $g(X)$. Comecemos por ver que a fórmula de recorrência (2)

$$\begin{cases} a_k + b_1 a_{k-1} + \ldots + b_k a_0 = 0 \\ a_{k-1} + b_1 a_k + \ldots + b_k a_1 = 0 \\ \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \\ a_{n-1} + b_1 a_{n-2} + \ldots + b_k a_{n-k-1} = 0 \end{cases}$$

corresponde ao produto do vector $\mathbf{a} = (a_0, a_1, a_2, \ldots, a_{n-1})$ pela matriz de m linhas por $(n-k)$ colunas

$$\begin{vmatrix} b_k & 0 & 0 & \ldots & \ldots & 0 \\ b_{k-1} & b_k & 0 & \ldots & \ldots & 0 \\ b_{k-2} & b_{k-1} & b_k & \ldots & \ldots & 0 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ b_1 & b_2 & b_3 & \ldots & \ldots & 0 \\ 1 & b_1 & b_2 & \ldots & \ldots & 0 \\ 0 & 1 & b_1 & \ldots & \ldots & 0 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & \ldots & b_1 \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & \ldots & 1 \end{vmatrix} \qquad (9)$$

Portanto o vector **a** é ortogonal a cada uma das colunas da matriz (9) e a conclusão é de que as palavras do código são ortogonais a $(n-k)$ vectores que formam a base vectorial do código ortogonal A^*. Qualquer vector $\mathbf{a}^* \in A^*$ é ortogonal aos vectores $a \in A$ e vice-versa.

Utilizando polinómios módulo $1 + X^n$ para simbolizar vectores, a base do código ortogonal A^* é formada pelos seguintes polinómios

$$X^k + b_1 X^{k-1} + b_2 X^{k-2} + \ldots + b_k = f(X)$$

$$X^{k+1} + b_1 X^k + b_2 X^{k-1} + \ldots + b_k X = X f(X)$$

$$X^{k+2} + b_1 X^{k+1} + b_2 X^k + \ldots + b_k X^2 = X^2 f(X)$$

. . . . . .

$$X^{n-1} + b_1 X^{n-2} + \ldots + b_k X^{n-k-1} = X^{n-k-1} f(X)$$

Como o polinómio f (X) é de grau k os n-k polinómios formam a base do código ortogonal A* e f(X), sendo o polinómio gerador de menor grau da base, é denominado por polinómio gerador de A*. Finalmente como os polinómios geradores dos códigos cíclicos ortogonais A e A* de dimensão n são caracterizados pelo facto do seu produto ser igual a $1 + X^n$, e como o polinómio gerador de A* é f (X), então o polinómio gerador de A será $(1 + X^n)/ f(X)$, que é exactamente o polinómio g(X). QED.

A definição do código cíclico utilizando a fórmula de recorrência indica-nos que os primeiros k símbolos são os símbolos portadores de informação e determinam completamente os restantes (n-k) símbolos que constituem a parte redundante das palavras.

Definição 1 :

Se Z_i é uma raiz primitiva de índice n da unidade , o polinómio f(X) fica completamente determinado por um conjunto de números inteiros

$$E(f,Z_i) = \{ e : 0 < e < n,\ f(Z_i^e) = 0 \} = \{ e_1, e_2, \ldots, e_k \}$$

em que o número de elementos é igual ao grau de f(X).

Definição 2 :

Vamos escolher uma raiz primitiva de índice n da unidade Z tal que e_{max}, o maior inteiro em E (f,Z), seja quando muito igual ao maior inteiro em E (f,Z_i), sendo Z_i qualquer outra raiz primitiva de índice *n* da unidade.

É utilizando estas definições que vamos continuar.

Lema 3 :

Dada uma raiz primitiva de índice n da unidade, Z_i, para cada palavra do código A, $\mathbf{a} = (a_0, a_1, \ldots, a_{n-1})$, existe um único polinómio $g_a(X)$ com coeficientes num corpo de extensão K tal que

$$a_j = g_a(Z_i^j) \text{ para } j = 0,1,2, \ldots, (n-1).$$

O grau do polinómio $g_a(X)$ é menor ou igual ao maior inteiro em E (f, Z_i).

Demonstração :

Consideremos a raiz de índice n da unidade Z_i. Então as raízes do polimónio f (X) são

$$Z_i^{e_1},\ Z_i^{e_2},\ Z_i^{e_3}, \ldots, Z_i^{e_k}$$

e não há nenhuma repetida visto f (X) não ter raízes múltiplas.

Segundo o Lema 1 existem coeficientes $c_1, c_2, \ldots, c_k$ tais que

$$a_j = \sum_{\theta=1}^{k} c_\theta W_\theta^j$$

mas como $W_\theta = Z_i^{e_\theta}$ obter-se-á

$$a_j = \sum_{\theta=1}^{k} c_\theta (Z_i^{e_\theta})^j = \sum_{\theta=1}^{k} c_\theta (Z_i)^{e_\theta} \qquad (11)$$

e portanto o polinómio

$$g_a(X) = \sum_{\theta=1}^{k} c_\theta X^{e_\theta} \qquad (12)$$

é unìvocamente determinado em face de Z_i, uma vez que os coeficientes $c_1, c_2, \ldots, c_k$ são únicos para qualquer palavra $a \in A$ (Lema 1).

Deve-se notar que $g_a(X)$ é igual a 1 ou a 0 quando X é substituído por qualquer das raízes primitivas de índice n da unidade.

Da expressão $g_a(X) = \sum_{\theta=1}^{k} c_\theta X^{e_\theta}$ se conclui que o grau de $g_a(X)$ é menor ou igual ao maior dos inteiros em E (f, Z_i). QED.

Se a raiz primitiva de índice n da unidade utilizada for Z então o grau de $g_a(X)$ é menor ou igual a e_{max}.

Definição 3:

Se $g(X) = (1 + X^n)/f(X)$ tiver entre as suas raízes $Y^1, Y^2, Y^3, \ldots, Y^{d_0 - 1}$ mas já não contiver Y^{d_0} então o código cíclico obtido através da fórmula de recorrência baseada em $f(X)$, é um código de Bose-Chaudhuri associado a Y e ao número d_0.

Apresentemos agora o resultado mais importante sob a forma de teorema.

Teorema 1:

A distância de Hamming para o código de Bose-Chaudhuri associado a Z^{-1} e ao número d_0 é

$$w(A) \geqslant d_0 = n - e_{max}$$

se Z for a raiz primitiva de índice n da unidade indicada na Definição 2.

Demonstração:

Considerando

$$w(a) = \{\text{número de símbolos 1 na palavra } \mathbf{a} \in A\}$$

então a distância de Hamming é o menor valor que $w(\mathbf{a})$ toma em A, com exclusão de $\mathbf{a} = \mathbf{0} = (0, 0, \ldots, 0)$. Se representarmos a distância de Hamming para o código A por $w(A)$, então

$$w(A) = \min_{\substack{a \varepsilon \mathbf{A} \\ a \neq \mathbf{0}}} \{\text{número de símbolos 1 na palavra } \mathbf{a}\} =$$

$$= \min_{\substack{a \varepsilon a \\ a \neq \mathbf{0}}} (n) \{\text{número de símbolos 0 na palavra } \mathbf{a}\}) =$$

$$= n - \max_{\substack{a \varepsilon \mathbf{A} \\ a \neq \mathbf{0}}} \{\text{número de símbolos 0 na palavra } \mathbf{a}\} =$$

$$= n - \max_{\substack{a \varepsilon \mathbf{A} \\ a \neq \mathbf{0}}} \{\text{número de raízes de } g_a(X) \text{ em } \mathbf{Z}\}$$

sendo **Z** o grupo multiplicativo das raízes de índice n da unidade.

Utilizando para definir $g_a(X)$ uma raiz qualquer de índice n da unidade, Z_i, o número de raízes de $g_a(X)$ será no máximo o maior inteiro no conjunto $E(f, Z_i)$; seja m_i o maior inteiro em $E(f, Z_i)$. Interessa, por conseguinte, o menor dos m_i, que é exactamente o valor e_{max}.

Logo

$$\max_{\substack{a \varepsilon \mathbf{A} \\ a \neq \mathbf{0}}} \{\text{número de raízes de } g_a(X) \text{ em } Z\} \leqslant e_{max}$$

Como $(Z^{-1})^{d_0}$ não é raiz de $g(X)$, terá de ser raiz de $f(X)$. Então d_0 é o inteiro de menor valor absoluto em $E(f, Z^{-1})$. Mas como

$$(Z^{-1})^{d_0} = Z^{-d_0} = Z^{n-d_0}$$

é uma raiz do polinómio $f(X)$, então $(n - d_0)$ não só pertence a $E(f, Z)$ como é o inteiro de maior valor absoluto; daí a conclusão

$$e_{max} = n - d_0$$

ou, finalmente,

$$w(A) \geqslant d_0 = n - e_{max}$$

QED.

Corolário:

Para o código de Bose-Chaudhuri associado a Y e ao número d tem-se

$$d \leqslant n - e_{max}$$

Demonstração

Sendo $W = Y^{-1}$, então $E(f, W)$ contém como inteiro de maior valor absoluto $(n - d)$ e sendo $e_{max} \leqslant n - d$ vem

$$d \leqslant n - e_{max}$$

QED.

Exemplo de aplicação destes resultados na determinação do limiar da distância de Hamming para alguns códigos de Bose-Chaudhuri com $n = 21$.

Factorizando $1 + X^{21}$ pelo método dos polinómios ciclotómicos[2]

$$1 + X^{21} = G'_6(X) . G''_6(X) . G'_3(X) . G''_3(X) . G_2(X) . G_1(X)$$

em que o índice indica o grau do polinómio. Então

$$E(G'_6, Y) = \{1, 2, 4, 8, 16, 11\}$$

$$E(G''_6, Y) = \{5, 10, 20, 19, 17, 13\}$$

$$E(G'_3, Y) = \{3, 6, 12\}$$

$$E(G''_3, Y) = \{9, 18, 15\}$$

$$E(G_2, Y) = \{7, 14\}$$

$$E(G_1, Y) = \{0\}$$

Fazendo agora, por exemplo,

a) $f(X) = G'_6(X).\ G'_5(X).\ G_2(X).\ G_1(X)$

obtém-se $e_{max} = 16$ e portanto $d_o = 5$;

b) $f(X) = G'_3(X).\ G_2(X).\ G_1(X)$

obtém-se $e_{max} = 14$ e portanto $d_o = 7$;

c) $f(X) = G'_3(X)\ .\ G_1(X)$

obtém-se $e_{max} = 12$ e portanto $d_o = 9$.

Os códigos correspondentes a estas três alíneas são, respectivamente, (21, 12), (21, 6) e (21, 4). Muitas outras combinações de factores se poderiam tentar para formar $f(X)$, mas os códigos obtidos não seriam tão eficientes e portanto não têm qualquer interesse prático.

Conclusões

Este artigo é o ínicio de um trabalho sobre códigos de Bose-Chaudhuri dedicado à determinação e estabelecimento de limiares na distância de Hamming. Na sequência deste artigo e utilizando o material introduzido por ele, tem-se procurado alguns casos particulares em que o limiar de $w(A)$ se pode estabelecer com mais rigor, isto é, ir além de afirmar simplesmente que excede $(n - e_{max})$. Tal foi o assunto da comunicação apresentada no Simpósio Internacional de Teoria da Informação, realizado em Itália (San Remo), em Setembro de 1967, com o título «On a Class of Wide-Sense Binary BCH Codes Whose Minimum Distances Exceed the BCH Bound». Prevê-se para um futuro próximo a publicação, em português, do texto desta comunicação.

BIBLIOGRAFIA

(1) A new treatment of Bose-Chaudhuri Codes — H.F. Mattson, G. Solomon — Journal of Society for Industrial and Applied Mathematics, SIAM, vol. 9, n. 4, p. 654-669 (Dez. 1961);

2) Error-Correcting Codes — W.W. Peterson — MIT Press, Cambridge, Massachusetts, 1961.

V SEMANA DE ENGENHARIA CIVIL

9-18 DE MARÇO DE 1968

PROGRAMA

9 de Março

11 horas — Sessão de Abertura no Salão Nobre do I.S.T.

11 de Março

11 horas — Salão Nobre do I.S.T. — Conferência sobre «A Noção de Vão Limite e a Sua Utilização no Projecto de Estruturas», pelo Prof. Armando Campos e Matos, da Faculdade de Engenharia do Porto.

12 de Março

11 horas — Salão Nobre do I.S.T. — Conferência sobre «Segurança nos Estaleiros», pelo Eng.º Pinto de Almeida, da H.I.C.A.

16 horas — Conferência sobre «Time-Sharing», pelo Dr. Barreto Braga, consultor científico da Bull.

13 de Março

10 horas — Visita ao Centro Mecanográfico do Ministério das Finanças.

14 de Março

11 horas — Salão Nobre do I.S.T. — Conferência sobre «Contentores», pelo Eng.º Luís Lobo, da Administração-Geral do Porto de Lisboa.

16 horas — Sessão de filmes técnicos.

15 de Março

10 horas — Visita ao estaleiro das novas instalações do Palácio da Justiça, em Lisboa.

16 horas — Sessão de filmes técnicos cedidos pela empresa «Construções Técnicas, Lda.», e comentados pelo Eng.º Virgílio Lopes Cabrita.

16 de Março

11 horas — Salão Nobre do I.S.T. — Conferência sobre «Obras de Derivação em Cabora Bassa», pelo Eng.º António Quintela.

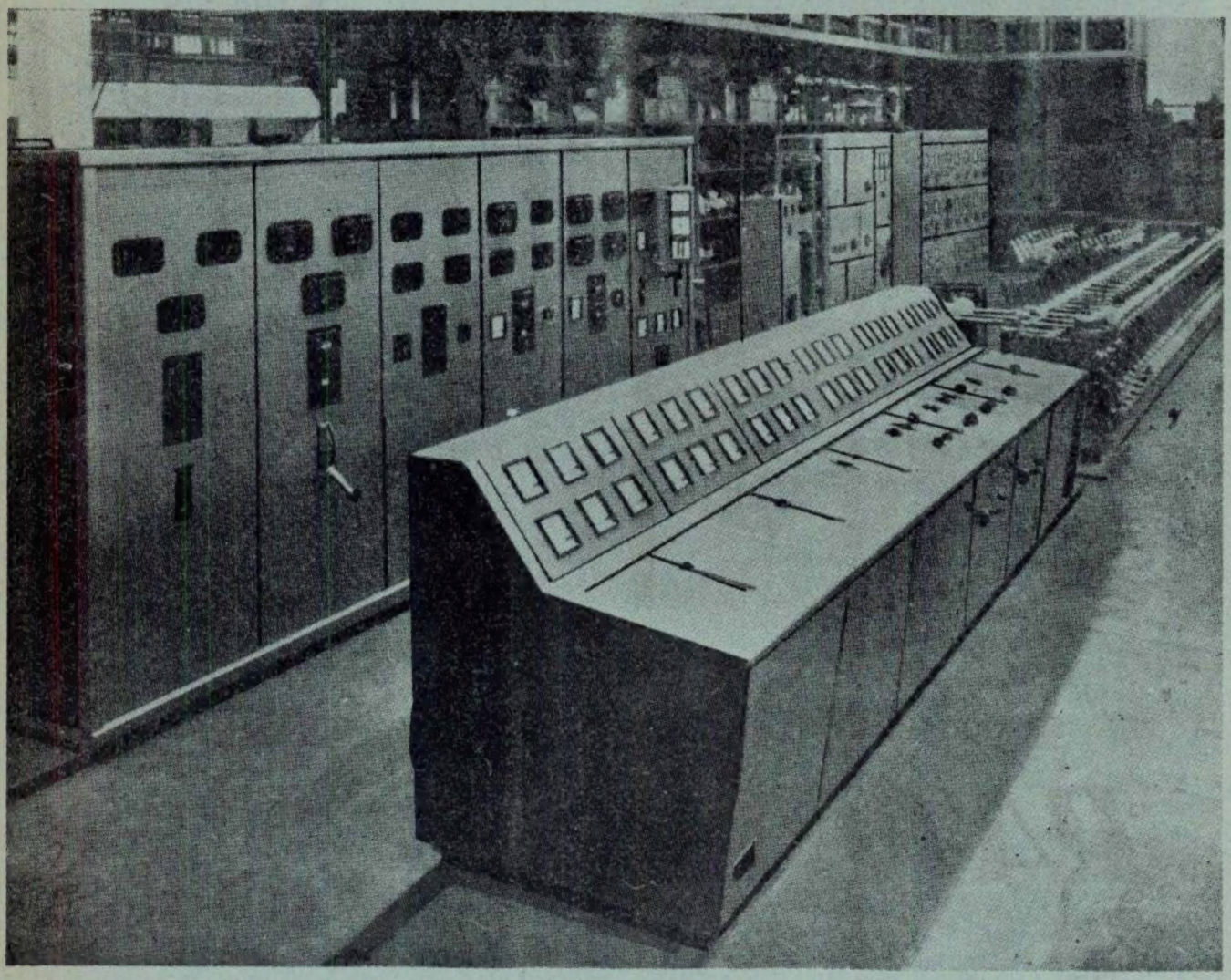
JAYME DA COSTA, L^DA

MECÂNICA E ELECTRICIDADE EM TODAS AS APLICAÇÕES

PORTO
Praça da Batalha, 12
Telef. 2 28 12 (PPC)

LISBOA
Rua dos Correeiros, 14
Telef. 32 70 35 (PPC)

LUANDA
Cx. Postal 5174
Telef. 4743



Material fabricado nas nossas oficinas, pronto para expedição

- Fabricação de aparelhagem eléctrica de alta e baixa tensão
- Equipamentos electromecânicos completos para centrais e fábricas
- Postos de transformação tipo monobloco
- Quadros blindados, capsulados e em armário
- Armaduras de iluminação de todos os tipos
- Contadores eléctricos e instrumentos de medida
- Telemedida e telecomando
- Instalações elevatórias de água
- Instalações de saneamento e esgotos
- Ferramentas de corte
- Motores Diesel industriais e marítimos
- Fogões eléctricos
- Frigoríficos
- Ventilação e condicionamento de ar
- Aparelhagem de Raios X e electromedicina